

比較台灣地區與日本、瑞典的死亡率 下降趨勢對年金訂價的影響

A Comparison of the Impact of Mortality Improvement Trends on Annuity Pricing among Taiwan, Japan, and Sweden

林麗芬*

林作民**

吳蕙菁**

Fanny L.F. Lin*

Tzuch-Min Lin**

Huey-Jing Wu**

摘 要

隨著醫療科技與經濟的進步，產生死亡率的下降，使得老年人口不斷增加，本文將研究人口老化的趨勢，利用台灣地區的生命表中各年齡死亡率改變情形，分析對出生平均壽命改變影響的貢獻度。分析中可見 0-1 歲的貢獻度最大，而 50-89 歲的貢獻度超過 50% 以上。由於台灣地區人口的老化相當快速，本文將比較台灣地區與平均壽命相當長的日本與瑞典兩國各年齡死亡率改變情形對出生平均壽命改變貢獻度的差異，並依各國的死亡率預測模型來計算世代生命表的終身年金值，分析並比較死亡率下降趨勢對年金訂價的影響。

* 逢甲大學統計與精算研究所教授兼所長

Professor and Director, Graduate Institute of Statistics and Actuarial Science, Feng Chia University

** 逢甲大學統計與精算研究所碩士

Master Student, Graduate Institute of Statistics and Actuarial Science, Feng Chia University

收稿日期 2002/05/06，接受刊登 2003/06/30

關鍵字：存活函數曲線、死亡率改善幅度、平均壽命、世代生命表、
年金訂價

Abstract

The elderly population has been increasing rapidly in recent years due to the improvement in medical care, fertility decline and economic development. In this paper, the trends of aging were discussed. We used Taiwan complete life tables to analyze the contribution of the increment of life expectancy of each age between two consecutive life tables. The results showed that ages 0 to 1 had the largest contribution, and more than 50% of the increment of mean life expectancy was contributed by ages 50 to 89. The aging trend is significant in Taiwan. Therefore, in this paper, we compared the mortality improvement trends between Taiwan and two super-aged countries, Japan and Sweden. We also compared the differences in the contribution of improvement in mortality of different age groups on life expectancy at age 0 between two consecutive life tables. Finally, we used the estimated mortality improvement models to evaluate the annuity pricing under cohort life table consideration.

Key Words: survival function curve, mortality improvement, mean life expectancy, cohort life table, annuity pricing

壹、簡 介

自台灣的社會結構由農業社會轉型進入工、商業社會，社會不斷的進步、醫療科技及生物科技的創新與發展、加上衛生環境的改善，使得我國國民的死亡率年趨下降，存活機率增加，則平均壽命（或稱平均餘命）自然上升。根據內政部的統計資料顯示¹，零歲男嬰出生時之平均壽命由民國前 6 年的 28.91 歲增加到民國 88 年的 72.48 歲；而同一時期之零歲女嬰出生時之平均壽命也由 30.49 歲增加到 78.19 歲，各有 150.71%及 156.44%的增加率。由於死亡率逐年下降，平均壽命增加，使得老年人口所佔的比率亦逐年增加。以歐洲 12 個國家為例，自 1950 年至 1990 年人口統計資料顯示，80 歲以上的人口增加四倍，90 歲以上的人口增加了八倍，而 100 歲以上的人口增加了二十倍，其中 100 歲以上人口大幅度增加主要原因是因為 80、90 歲人口死力²的下降（Andersen *et al.*, 1999）。目前台灣內政部編制的國民生命表共有男、女各八回，其編制時間如表 1：

表 1 台灣國民生命表編製時間表

表次別	編 製 時 間	表次別	編 製 時 間
台一表	1926~1930	台五表	1970~1971
台二表	1936~1940	台六表	1975~1976
台三表	1956~1958	台七表	1980~1981
台四表	1966~1967	台八表	1989~1991

將初生嬰兒視為 0 歲，若 T 為存活時間，分別以 $f(t)$ 、 $F(t)$ 表示 T 之機率密度函數、分配函數。若將初生嬰兒存活 t 年以上之機率定義為 T 之存活函數（survival function），以 $S(t)$ 表示，則

¹ 資料來源：內政部統計網站，網址 <http://www.moi.gov.tw/w3/stst/>

² 在精算領域所稱的死力（force of mortality），又稱為失效率（hazard rate），表示在 t 歲時存活函數之瞬間死亡率，若死力大，表示在 t 歲時有高危險之死亡率。

$$S(t) = Pr(T > t) = 1 - F(t) = p_0, t \geq 0;$$

由於人類一定會死亡，所以必在 $T > t$ 的某一時間發生死亡，因此定義 $S(0) = 1$ 且 $S(\infty) = 0$ 。 T 之期望值為 $e_0 = E(T) = \int_0^{\infty} t p_0 dt$ ，所以可定義 $h(t)$ 函數：

$$h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{S(t)} = -\frac{S'(t)}{S(t)} = -\frac{d \ln S(t)}{dt},$$

$h(t)$ 函數即為死力（force of mortality），亦可稱為失效率（hazard rate）。

由於失效率會隨著不同的年齡而改變，大致可分成三個不同時期(如圖 1)，

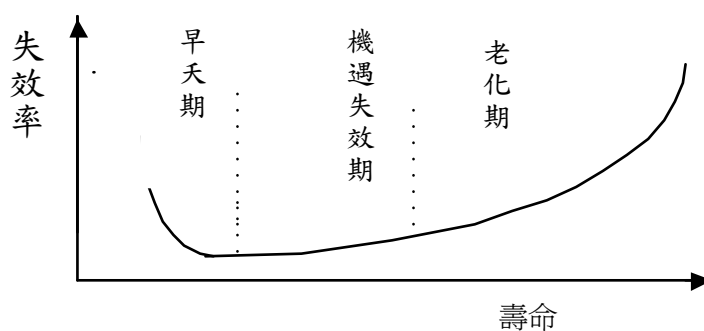


圖 1 失效率特性曲線

1. 早夭期（early failure）或適應期：初始失效率相對地很高，然後迅速下降，直到失效率不再巨幅變化；相當於人類壽命的嬰幼兒時期，主要由於先天性缺陷；隨著時間，先天體質較弱的嬰兒死亡或他們的缺陷被發現而治癒，失效率因而下降。

2. 機遇失效率期（chance failure）：無法事先預料會發生失效，會在壽命中任何時間發生；這個時期的死亡主要來自於意外事故或疾病。

3. 磨耗期 (wear-out failure) 或老化期 (aging failure)：失效率有累積的結果，隨著時間巨幅提昇，如年齡漸增，使死亡率增加，是所有失效類型中最無法避免的。

在死亡率配適模型的研究相關論文有 Wilkin (1981), Vaupel and Yashin (1985), Yashin *et al.* (1985), Vaupel *et al.* (1988), Lee and Carter (1992), Himes *et al.* (1994), Manton and Stallard (1994), Herskind *et al.* (1996), Wachter and Finch (1997)；使用較複雜的參數模型估計的研究有 Tenebein and Vanderhoff (1980), Heligman and Pollard (1980), Wetterstrand (1981), Siler (1983), Carriere (1992) and Lin (2002)。在 Tuljapurkar and Boe (1998)的論文中則有詳盡的文獻探討。死亡率模型的建立有助於分析及預測未來人口的老化及人口的發展趨勢，林麗芬 (1996a, 1996b)、李文炯及周世宏 (2002) 均針對台灣地區人口的死亡率進行模型分析。人口老化的現象帶來了台灣社會安全制度新的變遷，相關研究有余清祥 (2002) 討論死亡率的降低對退休金純保費的影響；張秋政 (2002) 則探討在人口、家庭、退休及生活方式上之主要改變與變遷，面對這些改變，來介紹台灣的社會安全制度，指出一個社會安全制度必須嚴肅地考慮到上述生活方式之改變與遷移的主要趨勢。最近死亡率的推估研究中對於高年齡死亡率的研究備受重視，陳寬政、涂肇慶與楊靜利 (1993) 研究台灣地區人口老化的速度；1999 年，陳寬政、劉正與涂肇慶更進一步發表探討出生時平均餘命的長期趨勢分析，以邏輯成長函數進行趨勢比較，顯示台灣人口出生時平均餘命有明顯而穩定的上限。另外死亡率有逐年改善的現象，林麗芬 (1996c) 研究個人年金保險、年金表預測調幅之建立，並研究個人年金表針對逐年的死亡率進行調整；在下節的研究中本文以八回國民生命表的壽命資料進行存活函數分析，並探討存活率改善幅度以了解台灣國民死亡率的改善現象。

貳、存活函數³

台灣八回男女國民生命表的存活函數曲線如圖 2 及圖 3，台一表的平均國民壽命男性為 38.80 歲，女性為 43.16 歲，台二表的平均國民壽命男性為 41.13 歲，女性為 45.49 歲，圖中的存活函數曲線從一開始就遞減的相當快速，表示平均壽命較短，存活函數曲線愈往右上方移則平均壽命愈長，從圖 2 及圖 3 可見死亡率有逐年降低、平均壽命有逐年增加的現象（見表 2），從存活函數曲線也可明顯觀察到，在 1956 年存活函數在 50 歲以前沒有太大的改變，但在 50 歲以後存活函數衰退的速度很快，而且各表間存活函數的改變幅度也隨著年齡有明顯的不同，將各年齡的每年平均存活函數改變幅度表示如圖 4 及圖 5。

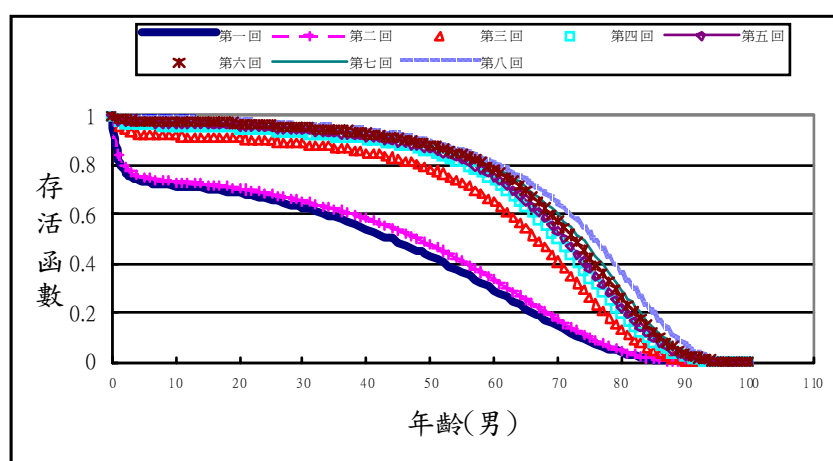


圖 2 八回國民生命表之存活函數圖形(男性)

³ 存活函數又稱為可靠度函數，表示存活到 t 歲的機率 $S(t) = Pr(T > t) = {}_t p_0$ 。

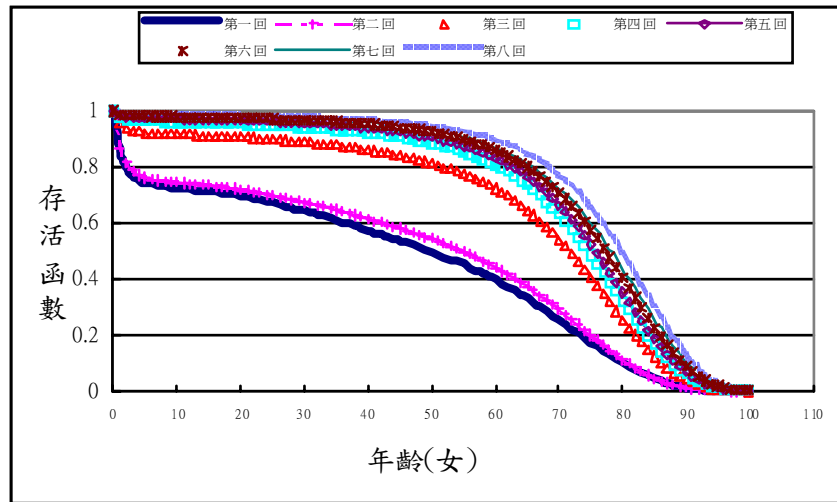


圖 3 八回國民生命表之存活函數圖形(女性)

表 2 各回生命表的平均壽命⁴

表 別	年份	男性	女性
台一表	1926-1930	38.80	43.16
台二表	1936-1940	41.13	45.49
台三表	1956-1958	60.18	64.23
台四表	1966-1967	65.34	69.73
台五表	1970-1971	66.75	71.58
台六表	1975-1976	68.59	73.64
台七表	1980-1981	69.52	74.79
台八表	1989-1991	71.61	76.77

⁴ 此數據與內政部公佈的平均壽命誤差不超過 0.01 歲。

表 3 八回國民生命表間每年平均存活函數改變幅度的最大值所對應的年齡 (MA)

表 別	年份	男性	女性
台一表~台二表	1928~1938	51	52
台二表~台三表	1938~1957	56	60
台三表~台四表	1957~1966.5	66	68
台四表~台五表	1966.5~1970.5	74	73
台五表~台六表	1970.5~1975.5	75	78
台六表~台七表	1975.5~1980.5	75	81
台七表~台八表	1980.5~1990	80	78

註：年份 xxxx.5 表示該年 12 月底

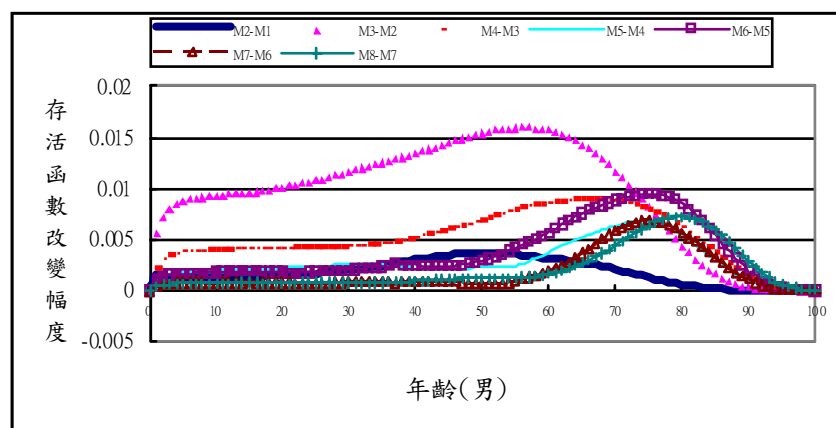


圖 4 八回國民生命表每年平均存活函數改變之幅度(男性)

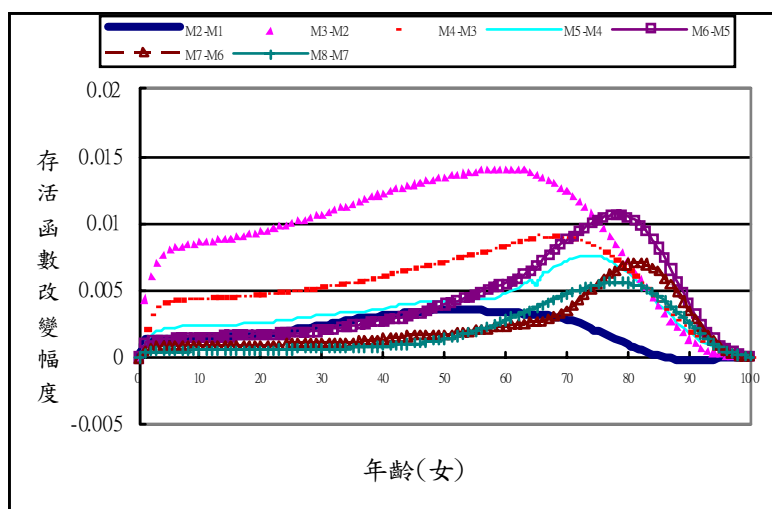


圖 5 八回國民生命表每年平均存活函數改變之幅度(女性)

令 $\Delta S(t)$ 表示每年平均存活函數改變幅度曲線函數，由圖 4 及圖 5 可以看出，在台一表到台二表間， $\Delta S(t)$ 的最大值產生在 51~52 歲左右；在台二表到台三表期間，在 70 歲以前的人其 $\Delta S(t)$ 都比過去大幅的增加，而且 $\Delta S(t)$ 的最大值所對應到的年齡在 66~68 歲左右；從 1966 年以後（台四表以後）各條 $\Delta S(t)$ 曲線從大約 60 歲以上快速上升，存活函數的改變幅度超過前面較小年齡，一直上升到大約 70 歲以後才下降；另外各年齡所對應的 $\Delta S(t)$ 有逐年降低的趨勢，但相連續的生命表間， $\Delta S(t)$ 的最大值所對應到的年齡，卻是逐年上升（如表 3），相反的，在高年齡部份（大約在 70 歲以後）的 $\Delta S(t)$ ，卻有逐年上升的傾向， $\Delta S(t)$ 隨著時間有向右移動的趨勢。

由以上的分析中可知，產生平均壽命增加的現象有下列原因是：各年齡的人每年存活函數的改變幅度都是大於 0，也就是各年齡的人每年的平均存活時間都在增加；但是大約 70 歲以前的人，其每年平均存活時間增加的速度隨著時間

有漸緩的現象；相反的，高年齡人口每年平均存活時間增加的速度隨著時間卻是明顯的增加；以存活函數改變幅度曲線 $\Delta S(t)$ 向右移的現象，且 $\Delta S(t)$ 的最大值所對應的年齡 MA 值漸大，對大約 55-60 歲以前的人其存活率的改善已有限，且各表間的 MA 值與平均壽命的資料如表 4，其相關係數（男性：0.973，女性：0.979）相當高。生命延長的老化現象與保險有密不可分的關係，林麗芬（2001）將此現象討論與保險的應用連結。

表 4 八回國民生命表間 $\Delta S(t)$ 的最大值所對應的年齡 MA 與平均壽命

表 別	年份	男性		女性	
		MA	平均壽命	MA	平均壽命
台一表~台二表	1928~1938	51	39.96	52	44.33
台二表~台三表	1938~1957	56	50.66	60	54.86
台三表~台四表	1957~1966.5	66	62.76	68	66.98
台四表~台五表	1966.5~1970.5	74	66.04	73	70.65
台五表~台六表	1970.5~1975.5	75	67.67	78	72.61
台六表~台七表	1975.5~1980.5	75	69.06	81	74.21
台七表~台八表	1980.5~1990	80	70.57	78	75.78

註：年份 xxxx.5 表示該年 12 月底

參、存活函數與平均壽命改變的貢獻度分析

人口研究中，關於年齡層對於平均壽命延長的貢獻度探討，有 Pollard (1982, 1988) 及 Vaupel (1986)，Vaupel and Yashin (1987) 的連續型討論法，Arriaga (1984) 提出的離散型方法。平均壽命乃是各年齡死亡率的總結指標，所以，在全部的年齡別死亡率當中，任一年齡的死亡率發生變化將導致平均壽命發生改變，各年齡別死亡率改變對於平均壽命增加或減少的幅度分析如下。

由於生命表是以整數年齡之死亡率來編製，Arriaga (1984) 探討年齡別死亡率變化的影響，是採用三種不同的效應分析：直接效應、間接效應、以及互動效應。以 e_x 表示離散型的平均壽命，代表 (x) 歲人未來期望可存活的期望年數

(或是未來的平均壽命)，其數學定義為 $e_x = \sum_{k=1}^{\infty} {}_k p_x$ ， ${}_k p_x$ 表示 (x) 歲會存活 k 年的機率。本文直接由 e_x 的數學定義來探討各年齡別死亡率的改變對平均壽命貢獻度的分析。若以 p_x 表示 (x) 歲在一年中存活的機率， ${}_t p_x = p_x \cdot p_{x+1} \cdots p_{x+t-1}$ ，於是 $e_x = p_x \cdot 1 + p_x \cdot e_{x+1} = p_x (e_{x+1} + 1)$ 。

若 (x) 歲這群人在一年中存活的機率改變，則會影響 (x) 在未來的平均壽命，因此如果將 (x) 歲人在一年中之存活機率由 p_x 改變為 b_x ，則平均壽命將由 e_x 變為 E_x ，於是 $E_x = b_x (e_{x+1} + 1)$ ，因此對於 (x) 歲人來說平均壽命的改變幅度為 $E_x - e_x = (b_x - p_x)(e_{x+1} + 1)$ ，進而對出生平均壽命改變幅度分析如下：首先，將出生之平均壽命表示為 e_0 ，

$$e_0 = \sum_{k=1}^{\infty} {}_k p_0 = \sum_{k=1}^x {}_k p_0 + \sum_{k=x+1}^{\infty} {}_k p_0 = \sum_{k=1}^x {}_k p_0 + \sum_{k=1}^{\infty} {}_x p_0 {}_k p_x$$

，所以

$$e_0 = e_{0:x} + {}_x p_0 \cdot e_x \quad (3.1)$$

其中 $e_{0:x} = \sum_{k=1}^x {}_k p_0$ 表示初生兒在 x 年內存活的平均壽命， ${}_x p_0$ 表示初生兒存活到 x 歲的機率，因此，若 (x) 歲人在一年中之存活機率由 p_x 改變為 b_x ，則出生之平均壽命將由 e_0 變為 E_0 ，其中 $E_0 = e_{0:x} + {}_x p_0 E_x$ ，所以出生之平均壽命改變幅度為：

$$E_0 - e_0 = {}_x p_0 (E_x - e_x) = {}_x p_0 \cdot (b_x - p_x) \cdot (e_{x+1} + 1) \quad (3.2)$$

表示若 (x) 歲人在一年中存活機率的改變(其改變量為 $b_x - p_x$)，則 (x) 歲人未來平均壽命的改變幅度為 $(b_x - p_x) \cdot (e_{x+1} + 1)$ ，而對於出生之平均壽命改變幅

度為 ${}_x p_0 \cdot (b_x - p_x) \cdot (e_{x+1} + 1)$ ，當年齡 (x) 愈大則 ${}_x p_0$ 愈小，因此 (x) 愈大，在未來一年中存活的機率改變，對於平均壽命 e_0 之影響力將會降低。

由存活函數分析的觀點，可以直接分析出各年齡死亡率改變對平均壽命改變的貢獻度，以上的貢獻度分析與 Arriaga (1984) 方法中的總效應有異曲同工之用。人口發展趨勢在各國皆不同，為了比較人口老化趨勢的不同，並且在長期人口資料可取得的考量下，本文考慮以日本及瑞典兩國的生命表來進行分析比較，因為兩國皆屬於人口高度老化的國家，未來台灣人口也即將邁入高度老化的程度，可從這兩國資料分析的結果，得到不同死亡率改善情形。表 5~7 分別為台灣、日本與瑞典之女性生命表，當各年齡層的死亡率改變，對於出生時平均壽命變化的貢獻度彙總之數據；表 5~7 中的數據表示世代間的分析，第一行表示相鄰生命表間平均壽命的總改善幅度（單位：歲），以及各年齡層的平均壽命改善幅度（單位：歲）；第二行表示各年齡層平均壽命改善的幅度佔總改善幅度的貢獻度（單位：%）。顯然地，由於各年齡層死亡率下降，使得相鄰生命表間平均壽命的總改善幅度為正數，表示逐年平均壽命增長。

此外，從圖 8~圖 10 也可看出，過去 50 年來初生兒死亡率降低對於人類平均壽命增加幅度之貢獻有逐漸減少之傾向，這是由於 $b_0 - p_0$ 的差距逐漸減小所導致；相反的，50~80 歲人死亡率降低對於人類平均壽命增加幅度之貢獻有逐漸增加之趨勢，這是由於 $b_x - p_x$ 的差距漸大所造成的結果。運用 Arriaga (1984) 的方法，涂肇慶 (1985) 使用 1920-1980 年間的台灣死亡變遷資料進行分析，與本文分析的結果隱藏著類似的結果，早年當平均餘命大幅增長時，幼年人口的死亡率下跌相形較重要，而到了晚年平均餘命增加較為緩慢，是由於幼年及青少年人口的死亡率下降趨平，因此中老年人口的死亡率下降為平均餘命增長的主要成份，由圖 8 的台灣男性出生時平均壽命的貢獻度分析中，可明瞭 1980 年到 1991 年的平均壽命大幅增加 2.005 歲，除了中老年的貢獻度大之外，幼兒的貢獻度也比前一代的貢獻度分析結果高出許多；女性也有類似的結果。

表 5 死亡率變化對於出生時平均壽命差異之貢獻（台灣女性）

年齡	年份 1956~1958 至		1966~1976 至		1970~1971 至		1975~1976 至		1980~1981 至	
	1966~1976	1970~1971	1975~1976	1980~1981	1989~1991					
0	1.369	25.7	0.384	20.8	0.383	18.8	0.159	13.8	0.263	13.4
1-4	1.459	27.4	0.396	21.4	0.113	5.5	0.178	15.5	0.116	5.9
5-9	0.160	3.0	0.051	2.8	0.056	2.7	0.003	0.3	0.009	0.5
10-29	0.462	8.7	0.220	11.9	0.137	6.7	0.044	3.8	0.074	3.8
30-49	0.752	14.1	0.208	11.3	0.352	17.2	0.135	11.7	0.265	13.5
50-69	0.772	14.5	0.375	20.3	0.548	26.8	0.216	18.8	0.760	38.9
70-89	0.338	6.3	0.206	11.2	0.446	21.9	0.420	36.5	0.457	23.4
90+	0.012	0.2	0.006	0.3	0.004	0.2	0.002	0.2	0.012	0.6
總和	5.324	100%	1.846	100%	2.041	100%	1.150	100%	1.956	100%

表 6 死亡率變化對於出生時平均壽命差異之貢獻（日本女性）

年齡	年份 1951~1960 至		1961~1970 至		1971~1980 至		1981~1990 至	
	1961~1970	1971~1980	1981~1990	1991~1995				
0	1.502	25.6	0.619	16.3	0.279	8.5	0.086	4.9
1-4	0.911	15.5	0.149	3.9	0.085	2.6	0.020	1.1
5-9	0.217	3.7	0.065	1.7	0.037	1.1	0.006	0.3
10-29	0.809	13.8	0.273	7.2	0.151	4.6	0.045	2.6
30-49	0.915	15.6	0.497	13.1	0.298	9.0	0.117	6.7
50-69	1.027	17.5	1.109	29.2	0.891	27.0	0.369	21.1
70-89	0.478	8.2	1.064	28.0	1.474	44.7	1.000	57.3
90+	0.006	0.1	0.024	0.6	0.084	2.5	0.103	5.9
總和	5.865	100%	3.800	100%	3.300	100%	1.746	100%

表 7 死亡率變化對於出生時平均壽命差異之貢獻（瑞典女性）

年齡	年份 1951~1960 至		1961~1970 至		1971~1980 至		1981~1990 至	
	1961~1970	1971~1980	1981~1990	1991~1999				
0	0.304	14.8	0.300	16.0	0.156	9.0	0.146	10.7
1-4	0.101	4.9	0.047	2.5	0.031	1.8	0.024	1.8
5-9	0.015	0.7	0.036	2.0	0.036	2.1	0.009	0.7
10-29	0.091	4.4	0.040	2.1	0.097	5.6	0.066	4.8
30-49	0.208	10.1	0.085	4.5	0.162	9.3	0.144	10.6
50-69	0.667	32.5	0.428	22.8	0.395	22.7	0.259	19.0
70-89	0.645	31.4	0.899	47.9	0.828	47.7	0.655	48.1
90+	0.024	1.2	0.043	2.3	0.032	1.8	0.060	4.4
總和	2.055	100%	1.878	100%	1.737	100%	1.363	100%

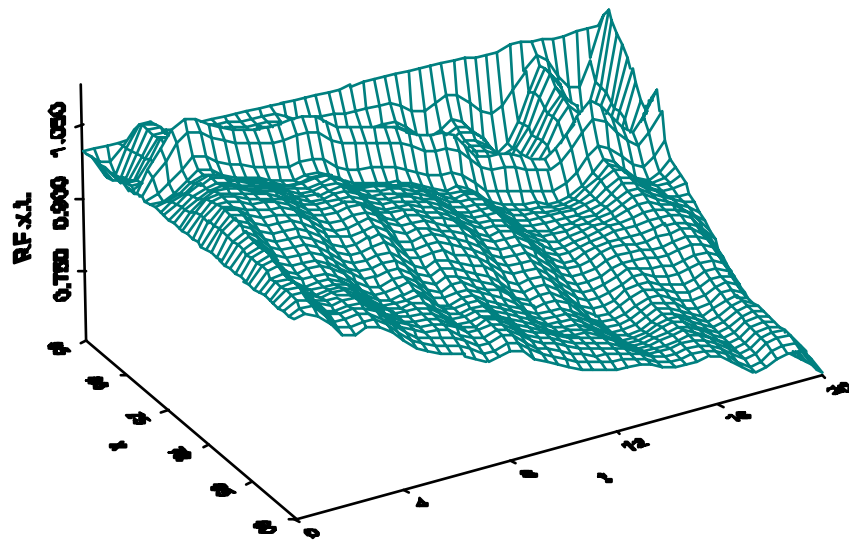


圖 6 台灣女性以 1980 年為基礎年之 $R_x(t)$ 圖

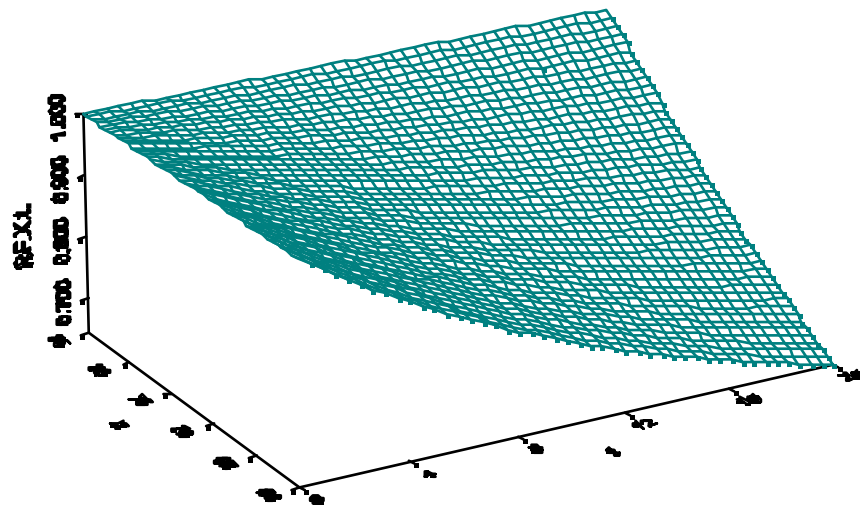


圖 7 台灣女性以 1980 年為基礎年配適後之 $R_x(t)$ 圖

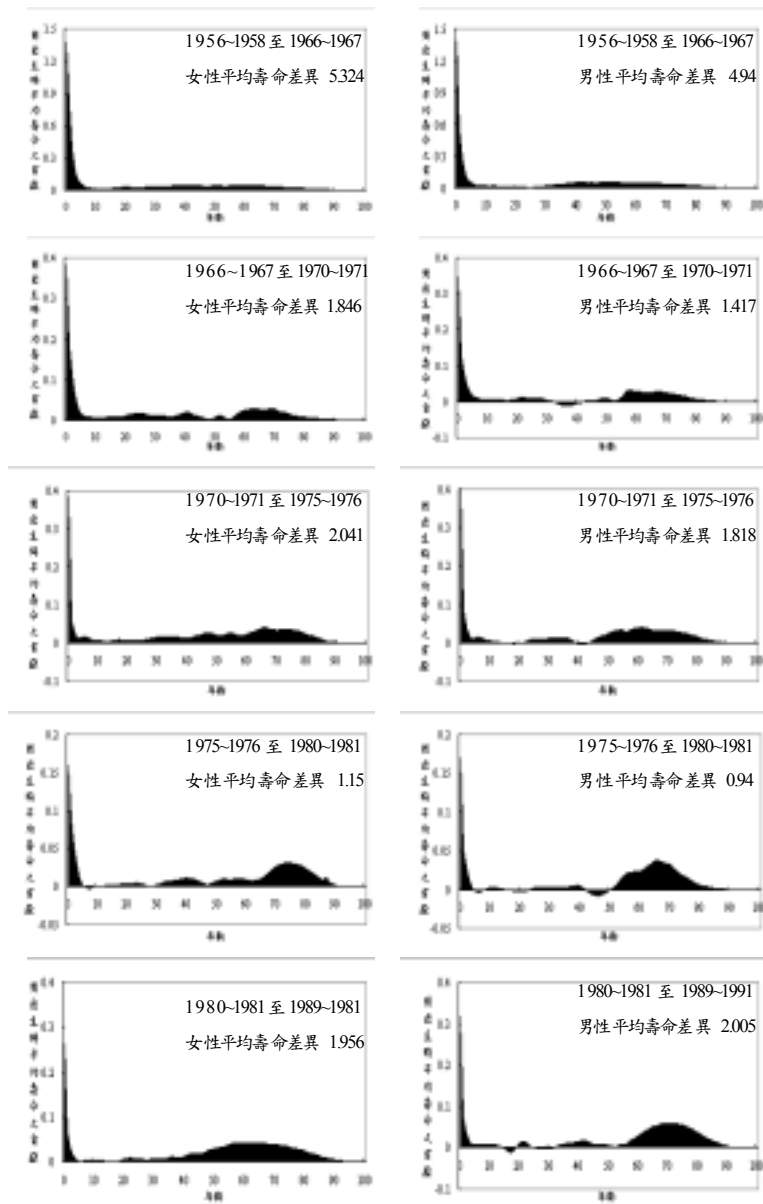


圖 8 死亡率變化對於出生時平均壽命差異之貢獻 (台灣)

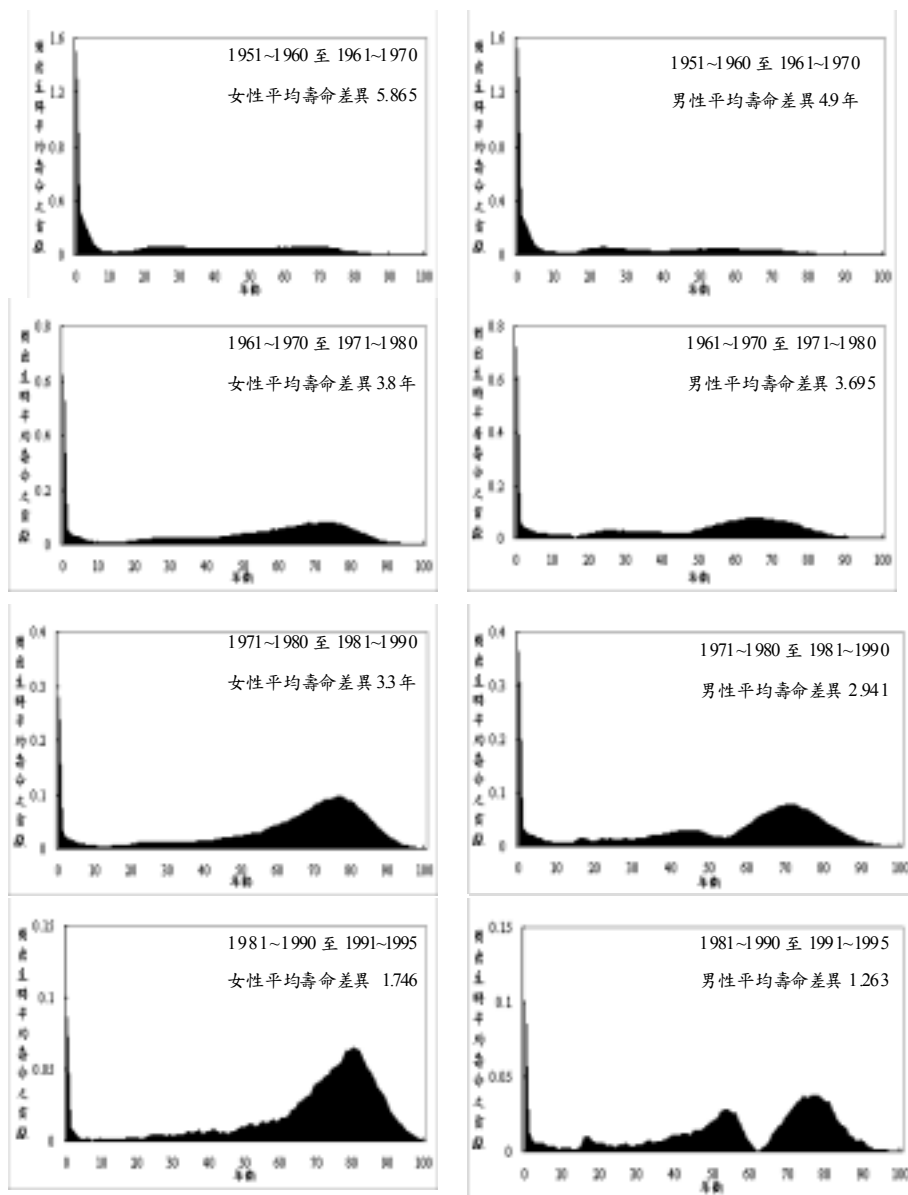


圖 9 死亡率變化對於出生時平均壽命差異之貢獻 (日本)

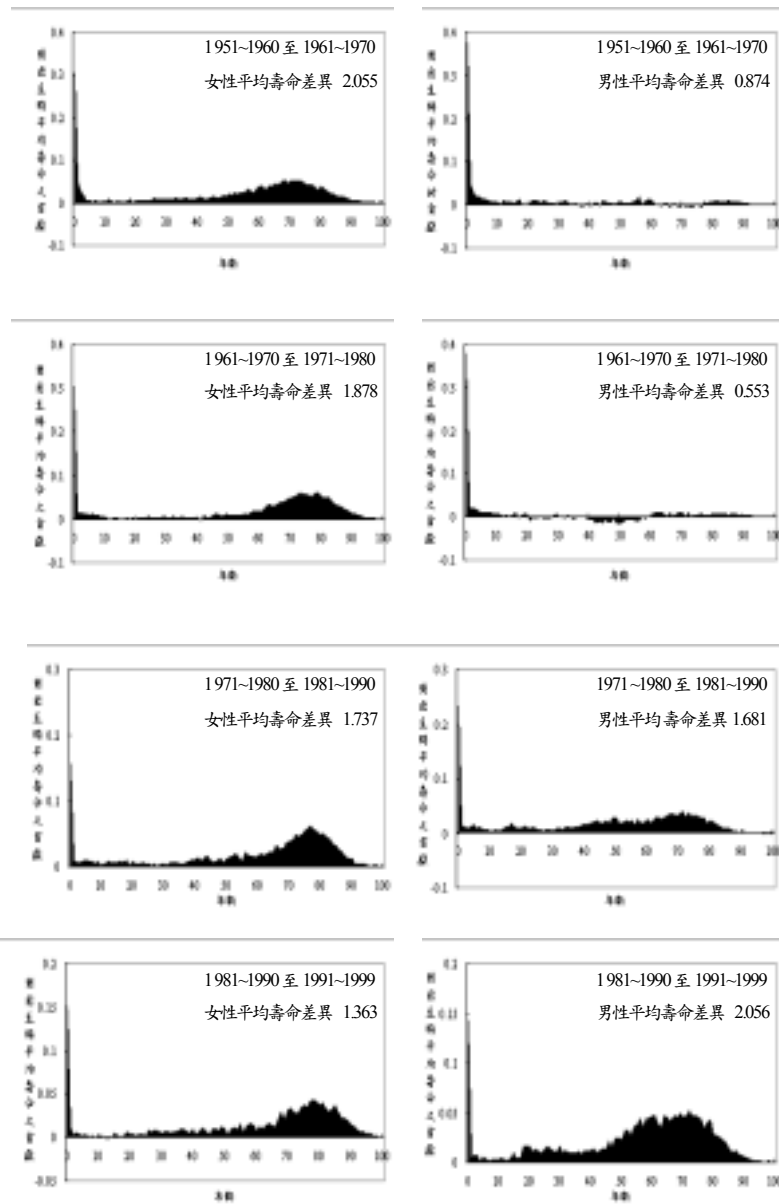


圖 10 死亡率變化對於出生時平均壽命差異之貢獻（瑞典）

以台灣為例，1960年代嬰幼兒階段（0-4歲）的死亡率下降，對於出生時平均壽命的增加，貢獻最大，不過近二、三十年，由於醫療進步，較高年齡組（50~89歲）的死亡率下降，成為出生時平均壽命增加的主要來源。以日本為例，1950~1960年代嬰幼兒階段（0-4歲）的死亡率下降，對於出生時平均壽命的增加，貢獻最大；1960~1980年代以50~89歲的死亡率下降，對於平均壽命的增加，貢獻較大；1980~1995年代以70~89歲的死亡率下降，對於平均壽命的增加，貢獻最大；由此可見日本人口老化的速度，此外，從過去這五十年的資料顯示，90歲以上之死亡率下降，對於平均壽命的增加，有逐漸增多的情況。以瑞典為例，人口老化的程度更明顯，1950~1960年代50~89歲的死亡率下降，對於平均壽命的增加，貢獻最大，這現象與日本及台灣有明顯的不同，初生兒的死亡率貢獻度並不是最大的；1960~1999年代以70~89歲的死亡率下降，對於平均壽命的增加，貢獻較大，死亡率下降的貢獻度隨著年齡的增加而上升中。在這期間，日本平均壽命增加的幅度最大，而瑞典平均壽命增加的幅度較小，尤其是瑞典的男性最小，台灣過去女性的平均壽命增加幅度大於男性，近年來男性有超過女性的現象；Nathanson (1984)的文獻中探討過兩性間死亡特性原本就存在有差異性。

由上述的分析加上前節所述的MA逐年變大，往80~90歲移動，另外從台灣地區人口在各年齡層死亡率下降的分析中，可見各年齡層對平均壽命延長的貢獻度已往較高齡層增強。

肆、年金訂價

無論是社會保險、社會福利、退休金計畫或是商業保險，從精算的角度來看，影響年金訂價（pricing）的因素有存活率和利率等，而終身年金成本乃是以生命表的存活機率來計算未來存活期間可領得的總額現值，若年金訂價基礎使用不當的假設，則將失去精算訂價的精確性。Brown, *et al.* (2000)分別針對死亡率風險及通貨膨脹風險，分析對美國躉繳年金商品訂價趨勢影響，文中表示出，

現行使用單一世代生命表，並無法反應出不同世代間死亡率的逐年改善現象。一般精算上使用死亡率預測調幅 (mortality projection) 的方法來進行對未來存活率的調整，可參考林麗芬 (1996c) 研究個人年金保險年金表的預測調幅；本節提供另一個死亡率調整的統計方法，討論生命逐年延長的現象，對於終身年金訂價的影響，而年金政策的議題不在本文的討論範圍。假設年金為每年年初領取一次，每次 1 元，則終身年金現值可表示為

$$\ddot{a}_x(t) = \sum_{i=0}^{\infty} v^i {}_i p_x(t) \quad (4.1)$$

其中 $\ddot{a}_x(t)$ 為 x 歲開始領取年金之人，依據 t 年生命表的存活率所計算的終身年金值， v^i 為 i 年後的利息貼現值， ${}_i p_x(t)$ 表示為依據 t 年生命表的存活率所計算出 (x) 歲的人會活到 $x+i$ 歲的生存機率。

如前面分析的結果可知 ${}_i p_x(s) < {}_i p_x(t), s < t$ ，也就是相同年齡 (x) 但生命表採計年愈晚，則 (x) 歲在未來存活的机会將會愈大，此乃表示存活率有逐年改善的現象，例如 $p_{30}(2000) < p_{30}(2001)$ 。世代生命表 (cohort life table) 與靜態生命表 (static life table) 計算方式之不同可以用下例說明，例如在 2000 年，(30) 歲會活到 32 歲的機率，採用靜態的生命表方式計算存活率是

$${}_2 p_{30}(2000) = \prod_{k=0}^2 p_{30+k}(2000),$$

而採用世代生命表的話，則為

$${}_2 p_{30}(2000) = \prod_{k=0}^2 p_{30+k}(2000+k),$$

也就是 30 歲在 2000 年會存活的機率是採用在 2000 年生命表的 $p_{30}(2000)$ ，活過一年後在 2001 年會存活的機率應採用 2001 年生命表的 $p_{31}(2001)$ ，靜態生命表只是表示單一世代的生命情況，因此用世代生命表的表示法更能真實及正確

地反映出不同世代的真實情況。因此在 t 年 x 歲開始領取年金之人，其 i 年後的存活機率定義為 ${}_iD_x(t)$ ， t 表示基礎年(base year)，其存活率表示為

$${}_iD_x(t) = \prod_{k=0}^{i-1} p_{x+k}(t+k) \quad , \quad (4.2)$$

則採用世代生命表的終身年金（簡稱：動態年金）現值公式可表示為

$$\ddot{a}_x^{new}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} v^i {}_iD_x(t) \quad , \quad (4.3)$$

當平均壽命愈長，領取終身年金的領取期間將會超過原本所預計的，因此採用靜態終身年金現值公式會產生年金值低估的現象。

爲了反應死亡率改善的現象，一般採用預測調幅的方法來調整未來的生命表死亡率，Willets (1999)曾建議用橫斷面（cross section）的方法，將未來死亡率逐年下降的情形反映出來，但對於死亡率逐年下降的趨勢並沒有建立模型。本文考慮將死亡率改善的情形模式化，假設死亡率改善模型如下：

$$q_x(t+k) = q_x(t) * R_x(t+k) \quad (4.4)$$

以 t 年爲一個基礎年， x 表示開始領取年金的年齡，年金的領取通常是 60 歲以後，因此本文只針對 60 歲以後的人，建立死亡率修正模型。(4.4)式中 $q_x(t)$ 表示在 t 年時 (x) 歲的人在一年內死亡之機率， $q_x(t+k)$ 表示在 $t+k$ 年時 (x) 歲的人在一年內死亡之機率， $R_x(t+k)$ 爲一個死亡率修正因子， $k=0,1,\dots$ ，假設 $0 < R_x(t+k) \leq 1$ ，表示在 t 年時 (x) 歲的死亡率逐年下降的趨勢值，可表示為：

$$R_x(t+k) = a_x(t) + [1 - a_x(t)] * (1 - \phi_x(t))^{k/20}$$

$$a_x(t) = \begin{cases} \theta & x < \delta \\ 1 - (1 - \theta) \frac{(\omega - x)}{(\omega - \delta)} & \delta \leq x \leq \omega \\ 1 & x > \omega \end{cases} \quad (4.5)$$

$$\phi_x(t) = \begin{cases} \alpha & x < \delta \\ \frac{(\omega - x) * \alpha + (x - \delta) * \beta}{(\omega - \delta)} & \delta \leq x \leq \omega \\ \beta & x > \omega \end{cases}$$

$a_x(t)$ 表示在(x)歲時依據基礎年死亡率的下降比例， $\theta \leq a_x(t) \leq 1$ ， $x \geq 60$ ， $0 < \theta < 1$ ，在 δ 歲以前的 $a_x(t)$ 固定為 θ ，之後的 $a_x(t)$ 為線性增加，愈接近 ω （極限年齡，limit age）則 $a_x(t)$ 愈接近1，此時的死亡率修正因子 $R_x(t+k)$ 也愈接近1，表示年齡愈大的死亡率改善幅度愈小； $\phi_x(t)$ 表示(x)歲過去死亡率下降的比例， $0 < \alpha < 1$ ， $0 < \beta < 1$ 。(4.5)式採用非線性迴歸方法，針對每一個歲數 x ，分別由 k 對 $R_x(t+k) = \frac{q_x(t+k)}{q_x(t)}$ 作迴歸分析，由最小誤差平方和為估計選擇基準，選

取適當的 δ 來估計其他參數值。如上所述，建立適當的死亡率預測模型，對於各年齡及未來各年的死亡率修正幅度，可以更彈性的表示。

圖6及圖7是台灣女性以1980年為基礎年，死亡率修正值 $R_x(t)$ 圖及配適後的結果圖，在簡易生命表的極限年齡是85歲，死亡率在75歲以前的估計誤差精確到第三位小數，75歲以後可精確到第二位小數。

為了研究人口老化趨勢對年金訂價的影響，並且在長期人口資料可取得的考量下，本文以人口高度老化的日本及瑞典兩國的生命表來分析，未來台灣人

口也即將邁入高度老化的程度，可從這兩國資料分析的結果，得到死亡率改善對年金訂價影響的參考價值。表 8(1)(2)和 9(1)(2)為台灣及日本兩國的死亡率修正值估計，各以 1980 年為基礎年的死亡率修正值，兩國男性的修正值都大於女性，表示在此資料期間男性的死亡率下降幅度較小；另外日本死亡率修正值比台灣小。

為了反應死亡率下降趨勢對年金訂價的影響，採用動態年金計算方式，終身年金值將大於靜態年金計算方法，將台灣、日本、瑞典的終身年金值，採用動態年金修正後，年金值上升的幅度如表 10 (1)(2)(3)的第四列，表中分別假設利率為 3%，6%，及 8%的結果；因為除了死亡率之外，利率是另一個影響年金訂價的重要因素之一，此利率表示市場利率，利率愈低則年金值上升的幅度增加，也就是當市場利率較低時，死亡率改善的現象對於年金給付的成本將會更膨脹；以台灣為例，1998-2000 年五大銀行⁵ 平均一年期定期存款固定利率大約是 5%，而在 2001 年以後的利率由平均 2.5%降到現在的 1.875%，因此實際死亡率的下降，採用傳統年金訂價的基礎計算，對於預估終身年金值將會低估 6%以上；若以日本的人口發展趨勢來看，則終身年金值將會低估 8-10%；以瑞典人口老化的發展程度，不同年金值的計算方法採用動態或靜態，在高利率時，年金值並不會有明顯的差異；但在低利率時，則會差異增大，尤其是對於女性的差異更大。

有些年金給付會做通貨膨脹及薪資膨脹的調整，因此年金值計算方法除了考慮市場利率，若再加上此因素，假設每年可領的年金增加 3%，則死亡率下降趨勢對不同年金值計算方法，其年金值上升的幅度如表 11 (1)(2)(3)，整體的上升幅度皆比表 10(1)(2)(3)的結果更大，也就是採用傳統靜態生命表基礎計算年金成本，隨著人口的老化程度加強，其年金訂價成本將會產生顯著的低估。

⁵ 資料來源：中央銀行網站 www.cbc.gov.tw，五大銀行指的是臺灣銀行、合作金庫銀行及三商銀（第一銀行、華南銀行、彰化銀行）。

表 8(1) 台灣男性死亡率修正值 $R_x(1980+k)$

x	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
60	0.893529	0.82985	0.791765	0.768986	0.755362	0.747214	0.742341	0.739426	0.737683	0.736641
65	0.893529	0.82985	0.791765	0.768986	0.755363	0.747214	0.742341	0.739426	0.737683	0.736641
70	0.904741	0.848018	0.814241	0.794129	0.782152	0.775021	0.770774	0.768246	0.76674	0.765843
75	0.916107	0.866372	0.836888	0.819408	0.809046	0.802903	0.799261	0.797102	0.795822	0.795063
80	0.927627	0.884912	0.859701	0.844822	0.836041	0.830858	0.827798	0.825993	0.824927	0.824299
85	0.939301	0.903637	0.882681	0.870368	0.863134	0.858883	0.856386	0.854918	0.854056	0.853549
90	0.95113	0.922545	0.905825	0.896045	0.890324	0.886978	0.88502	0.883875	0.883206	0.882814
95	0.963115	0.941637	0.92913	0.921848	0.917608	0.915138	0.913701	0.912863	0.912376	0.912092
100	0.975254	0.96091	0.952596	0.947777	0.944983	0.943364	0.942425	0.941881	0.941566	0.941383

表 8(2) 台灣女性死亡率修正值 $R_x(1980+k)$

x	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
60	0.894787	0.809914	0.741449	0.686219	0.641666	0.605726	0.576734	0.553346	0.53448	0.519261
65	0.898907	0.818679	0.755009	0.704479	0.664378	0.632553	0.607297	0.587253	0.571346	0.558722
70	0.904426	0.829832	0.771612	0.726172	0.690706	0.663025	0.641421	0.624559	0.611398	0.601126
75	0.911353	0.843332	0.79114	0.751091	0.720362	0.696783	0.67869	0.664808	0.654156	0.645982
80	0.919695	0.859138	0.813474	0.77904	0.753074	0.733493	0.718728	0.707594	0.699198	0.692867
85	0.929462	0.877208	0.838499	0.809824	0.788582	0.772847	0.76119	0.752555	0.746158	0.741419
90	0.940662	0.897498	0.866099	0.843259	0.826644	0.814558	0.805766	0.79937	0.794718	0.791334
95	0.953307	0.919967	0.896161	0.879164	0.867028	0.858362	0.852175	0.847757	0.844602	0.84235
100	0.967404	0.944569	0.928572	0.917366	0.909516	0.904016	0.900164	0.897465	0.895574	0.894249

表 9(1) 日本男性死亡率修正值 $R_x(1980+k)$

x	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
60	0.902617	0.817164	0.742180	0.676382	0.618645	0.567981	0.523524	0.484514	0.450283	0.420245
65	0.901017	0.815729	0.742241	0.678921	0.624361	0.577351	0.536844	0.501943	0.471870	0.445958
70	0.901650	0.818511	0.748230	0.688818	0.638595	0.596139	0.560249	0.529910	0.504263	0.482582
75	0.904605	0.825565	0.760075	0.705813	0.660853	0.623602	0.592737	0.567163	0.545974	0.528417
80	0.909977	0.836946	0.777699	0.729636	0.690644	0.659012	0.633351	0.612533	0.595644	0.581944
85	0.917873	0.852717	0.801024	0.760012	0.727475	0.701661	0.681181	0.664933	0.652042	0.641815
90	0.928414	0.872944	0.820825	0.796659	0.770853	0.750857	0.735363	0.723358	0.714055	0.706847
95	0.941732	0.897702	0.864429	0.839287	0.820288	0.805931	0.795081	0.786883	0.780688	0.776007
100	0.957982	0.927069	0.904326	0.887595	0.875285	0.866229	0.859566	0.854664	0.851058	0.848404

表 9(2) 日本女性死亡率修正值 $R_x(1980+k)$

x	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
60	0.887739	0.790805	0.707107	0.634838	0.572436	0.518554	0.472030	0.431857	0.397170	0.367220
65	0.864191	0.753308	0.662775	0.588859	0.528508	0.479234	0.439003	0.406156	0.379338	0.357442
70	0.847920	0.731002	0.641118	0.572016	0.518891	0.478050	0.446652	0.422513	0.403956	0.389689
75	0.839056	0.723119	0.639603	0.579442	0.536105	0.504887	0.482399	0.466200	0.454530	0.446124
80	0.837747	0.728860	0.655787	0.606748	0.573838	0.551752	0.536931	0.526984	0.520309	0.515829
85	0.844160	0.747396	0.687315	0.650010	0.626847	0.612465	0.603534	0.597990	0.594547	0.592409
90	0.858483	0.777862	0.731933	0.705767	0.690861	0.682369	0.677531	0.674775	0.673205	0.672310
95	0.880938	0.819348	0.787488	0.771007	0.762481	0.758071	0.755789	0.754609	0.753999	0.753683
100	0.911784	0.870894	0.851940	0.843154	0.839082	0.837194	0.836319	0.835914	0.835726	0.835638

表 10(1) 台灣、日本、瑞典採用動態年金修正後年金值上升的幅度(3%)

\ddot{a}_{65}	日本男性	日本女性	瑞典男性	瑞典女性	台灣男性	台灣女性
1980年為基準	11.79591	13.73358	11.61349	13.87251	11.07944	12.85945
動態年金	12.69598	15.14004	11.8353	14.55115	11.64003	13.64235
上升幅度	7.630%	10.241%	1.910%	4.892%	5.060%	6.088%

i=0.03 時間 1980年~1996年

表 10(2) 台灣、日本、瑞典採用動態年金修正後年金值上升的幅度(6%)

\ddot{a}_{65}	日本男性	日本女性	瑞典男性	瑞典女性	台灣男性	台灣女性
1980年為基準	9.604548	10.87858	9.466172	10.9461	9.094397	10.24476
動態年金	10.13531	11.66396	9.596507	11.3304	9.447068	10.69685
上升幅度	5.526%	7.220%	1.377%	3.511%	3.878%	4.413%

i=0.06 時間 1980年~1996年

表 10(3) 台灣、日本、瑞典採用動態年金修正後年金值上升的幅度(8%)

\ddot{a}_{65}	日本男性	日本女性	瑞典男性	瑞典女性	台灣男性	台灣女性
1980年為基準	8.527334	9.515524	8.410788	9.557198	8.111541	8.997451
動態年金	8.910466	10.06317	8.504609	9.827856	8.376731	9.31945
上升幅度	4.493%	5.755%	1.115%	2.832%	3.269%	3.579%

i=0.08 時間 1980年~1996年

表 11(1) 台灣、日本、瑞典在考慮通貨膨脹時採用動態年金修正後年金值上升的幅度(3%)

\ddot{a}_{65}	日本男性	日本女性	瑞典男性	瑞典女性	台灣男性	台灣女性
1980 年為基準	15.07053	18.17038	14.82412	18.46118	14.01687	16.93244
動態年金	16.67775	20.82819	15.22098	19.72765	14.95134	18.37071
上升幅度	10.665%	14.627%	2.677%	6.860%	6.667%	8.494%

$i=0.03$ $r=0.03$ 時間 1980 年~1996 年

表 11(2) 台灣、日本、瑞典在考慮通貨膨脹時採用動態年金修正後年金值上升的幅度(6%)

\ddot{a}_{65}	日本男性	日本女性	瑞典男性	瑞典女性	台灣男性	台灣女性
1980 年為基準	11.87330	13.83618	11.68930	13.97808	11.14919	12.95345
動態年金	12.78826	15.26784	11.91474	14.66861	11.7178	13.74968
上升幅度	7.706%	10.347%	1.929%	4.940%	5.100%	6.147%

$i=0.06$ $r=0.03$ 時間 1980 年~1996 年

表 11(3) 台灣、日本、瑞典在考慮通貨膨脹時採用動態年金修正後年金值上升的幅度(8%)

\ddot{a}_{65}	日本男性	日本女性	瑞典男性	瑞典女性	台灣男性	台灣女性
1980 年為基準	10.34585	11.83274	10.19250	11.92161	9.767953	11.11886
動態年金	10.99142	12.80788	10.35128	12.39615	10.18665	11.67227
上升幅度	6.240%	8.241%	1.558%	3.980%	4.286%	4.977%

$i=0.08$ $r=0.03$ 時間 1980 年~1996 年

伍、結論與建議

死亡率的改善是國家社會進步的一個好現象，但是生命的延長所增加的社會成本也跟著提高，如老人社會福利、公民營企業的退休金年金給付制、商業年金保險等，年金的給付成本會受到生命的延長而有低估的情形發生，本文採

用台灣、日本、及瑞典的生命表 1980-1996 的資料期間，以 1980 年為基礎年，分別由存活函數分析的觀點，針對各年齡死亡率的改善對平均壽命的貢獻度的分析，來觀察台灣、日本、及瑞典人口的老化情況及進行貢獻度比較；另外提供一個統計估計方法，推估各年齡未來死亡率改善的修正模型；進而，分析死亡率的下降趨勢對終身年金訂價上所產生的問題。

本文所採用台灣的資料是內政部公佈的簡易生命表，其生命極限年齡是 85 歲，所以文中假設死力模型為 Gompertz，將死亡率預測到 110 歲，則極限年齡與日本及瑞典兩國一致。假設從 1980 年 65 歲開始領終身年金，從精算角度談年金訂價問題，影響訂價的因素有死亡率和利率等，在此資料期間，死亡率下降的趨勢，採用本文的死亡率修正值推估未來的死亡率，比採用一般靜態生命表的訂價方法，其年金成本會較高，也就是採用世代生命表（動態生命表）基礎，會比採用傳統的單一世代生命表（靜態生命表）訂價基礎其年金成本較高；從表 5～表 7 和圖 8～圖 10 的分析資料中得知，日本的死亡率改善幅度最大，則影響年金成本上升幅度也最大；瑞典的死亡率改善幅度最小，因此影響年金成本上升幅度也最小。如果同時考慮利率因素，在低利率時，死亡率下降的趨勢不同，對於年金成本錯估的現象有著明顯的不同；當死亡率下降趨勢愈大，成本錯估的現象愈明顯；而高利率會降低平均壽命延長對年金訂價的影響。瑞典男性死亡率下降趨勢最弱，年金成本錯估的現象也最小，並且受利率變化的影響也最小；但日本女性死亡率下降趨勢最強，年金成本錯估的現象也最大，但在高利率時，可以降低死亡率下降對年金成本的影響。另外多考慮通貨膨脹因素時，則死亡率下降對於年金成本錯估的現象會有更顯著的變化。

謝 誌

作者非常感謝匿名審查人之意見與主編和編輯委員之協助。

參考文獻

中文部份

- 李文炯、周世宏（2002）台灣地區人口死亡率之參數模型，保險專刊，18(1)：28-37。
- 余清祥（2002）死亡率的降低對於退休金純保費的影響：台灣地區的實證研究，壽險季刊，125：9-20。
- 林麗芬（1996a）國民人口老化模式分析，壽險季刊，99：2-11。
- 林麗芬（1996b）台灣生命死力之混合存活參數模型－老人經濟安全制度之建立，保險專刊，44：162-179。
- 林麗芬（1996c）個人年金生命表預測調幅研究，壽險季刊，101：82-103。
- 林麗芬（2001）由可靠度觀點論人口老化與保險，中華民國精算學會會報，25(1)：83-92，台北。
- 涂肇慶（1985）On long-term mortality trends in Taiwan, 1906-1980，中國社會學刊，9：145-164。
- 陳寬政、涂肇慶、楊靜利（1993）台灣地區人口老化的速度，中國人口學會人口與發展研討會，台北。
- 陳寬政、劉正、涂肇慶（1999）出生時平均餘命的長期趨勢分析：台灣與日本，台灣社會學研究，3：87-114。
- 張秋政（2002）因應人口與生活方式改變之台灣社會安全制度，壽險季刊，124：2-26。

英文部份

- Andersen, R. K., K. Christensen, B. Jeune, A. Skytthe, L. Vasegaard, and J. W. Vaupel (1999) Declining physical abilities with age: A cross-sectional study of older twins and centenarians in Denmark, *Age and Aging*, 28: 373-377.
- Arriaga, E. E. (1984) Mortality and explaining the change in life expectancies, *Demography*, 21(1): 83-96.

- Brown, J. R., O. S. Mitchell, and J. M. Poterba (2000) *Mortality Risk, Inflation Risk, and Annuity Products*, Cambridge, Mass.: National Bureau of Economic Research.
- Carriere, J. F. (1992) Parametric models for life tables, *Transactions of the Society of Actuaries*, 44: 77-99.
- Department of Statistics, Ministry of Interior, R.O.C (1994) *Complete Life Tables of Taiwan (1926-1991)*.
- Heligman, L. M. A. and J. H. Pollard (1980) The age pattern of mortality, *Journal of the Institute of Actuaries*, 107(1): 49-82.
- Herskind, A., M. McGue, N. Holm, T. Sorensen, B. Havald, and J. Vaupel (1996) The heritability of human longevity: A population based study of 2872 Danish twin pairs born 1870-1900, *Human Genetics*, 97: 319-323.
- Himes, C. L., S. H. Preston, and G. A. Condran (1994) A relational model of mortality at older ages in low mortality countries, *Population Index*, 48: 269-291.
- Lee, R. D. and L. Carter (1992) Modeling and forecasting the time series of U. S. mortality, *Journal of the American Statistical Association*, 87: 659-675.
- Lin, L. F. (2002) Using dynamic reliability in estimating mortality at advanced ages, Presented in the *International Symposium on Advance Age Mortality: Living to 100 and Beyond: Survival at Advanced Ages*, Orlando Florida: Society of Actuaries.
- Manton, K. G. and E. Stallard (1994) Medical demography: Interaction of disability dynamics and mortality, In L. G. Martin and S. H. Preston (eds.), *Demography of Aging*, 217-278, Washington, D. C.: National Academy Press.
- Nathanson, C. A. (1984) Sex differences in mortality, *Annual Review of Sociology*, 10: 191-213.
- Pollard, J. H. (1982) The expectation of life and its relationship to mortality, *Journal of the Institute of Actuaries*, 109: 225-240.
- Pollard, J. H. (1988) On the decomposition of changes in expectation of life and differentials in life expectancy, *Demography*, 25(2): 265-276.
- Siler, W. (1983) Parametric of mortality in human populations with widely varying life

- spans, *Statistics in Medicine*, 2: 373-380.
- Tenenbein, A. and I. Vanderhoof (1980) New mathematics laws of select and ultimate mortality, *Transactions of the Society of Actuaries*, 32:119-158.
- Tuljapurkar, S. and C. Boe (1998) Mortality change and forecasting: How much and how little do we know? *NAAJ: North American Actuarial Journal*, 2(4): 13-47.
- Vaupel, J. W. (1986) How change in age-specific mortality affects life expectancy, *Population Studies*, 40(1): 147-157.
- Vaupel, J. W. and A. I. Yashin (1985) The deviant dynamics of death in heterogenous populations, *Sociological Methodology*: 179-211, San Francisco: Jossey-Bass.
- Vaupel, J. W. and A. I. Yashin (1987) Repeated resuscitation: How lifesaving alters life tables, *Demography*, 24(1): 123-135.
- Vaupel, J. W., A. I. Yashin, and K. G. Manton (1988) Debilitation's aftermath: Stochastic process models of mortality, *Mathematical Population Studies*, 1: 21-48.
- Wachter, K. and C. Finch (eds.) (1997) *Biodemography of Ageing*, Washington, D. C.: National Academy Press.
- Wetterstrand, W. H. (1981) Parametric models for life insurance mortality data: Gompertz's law over time, *Transactions of the Society of Actuaries*, 33: 159-179.
- Wilkin, J. C. (1981) Recent trends in the mortality of the aged, *Transactions of the Society of Actuaries*, 33: 11-62.
- Willets, R. C. (1999) Mortality in the next millennium, presented in the *SIAS: The Staple Inn Actuarial Society*.
- Yashin, A., K. Manton, and J. Vaupel (1985) Mortality and aging in a heterogenous population: A stochastic process model with observed and unobserved variables, *Theoretical Population Biology*, 27: 154-175.