

台灣與各國生育率模型之實證與 模擬比較

賴思帆* 余清祥**

* 國立政治大學統計研究所碩士

** 國立政治大學統計系教授，為本文之通訊作者，E-mail: csyue@nccu.edu.tw

收稿日期：95/02/28，接受刊登：95/11/01

中文摘要

除了美國外，經濟較為發達的國家近年來總生育率絕大多數都在 2.1 的人口替代水準之下，台灣地區在民國 93 年的總生育率首次降至 1.2 以下的歷史新低，民國 94 年的嬰兒出生數進一步降至約 20 萬人，預計又將創新紀錄，加速台灣地區的人口老化。由於台灣地區的生育率變化較大，筆者之前的研究發現其他各國的生育率模型不見得適用於台灣，本文希望能以系統式探討各國生育率，確定哪些生育率模型適用經濟較為發達的國家。本文引用台灣、日本（亞洲）、荷蘭（歐洲）、美國（美洲）等經濟發達國家的實證資料，加上電腦模擬與敏感度分析，評估包括 Gamma、Lee-Carter、主成份分析（Principal Component Analysis）、單一年齡組個別估計法、擴散模型（Diffusion Model）等較為常用的模型，比較這些國家配適結果的異同。

實證分析發現台灣、日本、美國都是以年齡組生育率個別配適擴散模型的總生育率最佳，荷蘭則是單一年齡組個別估計法；在年齡組生育率的預測方面，台灣、日本、荷蘭都是以年齡組生育率個別配適擴散模型最好，美國則是以單一年齡組個別估計最好。電腦模擬的結果則以單一年齡組個別估計法最佳，個別配適擴散模型次之。

關鍵字：生育率、Lee-Carter、擴散模型、交叉驗證、電腦模擬

Comparing Fertility Models of Four Countries: An Empirical and Simulation Study

Sz-Fan LAI* Jack C. YUE**

Abstract

Except in the U.S., the total fertility rates of developed countries have been smaller than the replacement level of 2.1. Without exception, the total fertility rates in Taiwan dropped to a historic low (1.2) in 2004 and are expected to be even smaller in 2006. In this study, we used the fertility data of four developed countries, Taiwan, Japan, the Netherlands and the USA (representing countries in Asia, Europe, and America), to fit the frequently used models (Gamma, Lee-Carter, Principal Component Analysis, Age-Group Fertility Rate, and Diffusion models) and determine which model has the best fit. We found that, for the total fertility rates, the best model in Taiwan, Japan, and the USA is our modified diffusion model, while in the Netherlands it is the age-group fertility rate model. For the age-specific fertility rates, the best model in Taiwan, Japan, and the Netherlands is the modified diffusion model, while in the USA it is the age-group fertility rate model.

In addition, we use computer simulation to check the relative

* Master, Department of Statistics, National Chengchi University

** Professor, Department of Statistics, National Chengchi University, Corresponding author,
E-mail: csyue@nccu.edu.tw

stability and relative efficiency of these fertility models. The age-group fertility rate model and the modified diffusion model also outperform other models. In conclusion, we recommend the readers use these two models.

Key Words: Fertility rate, Lee-Carter model, Diffusion model, Cross validation, Computer simulation

壹、導 論

近年來世界各先進國家因為經濟發展和社會觀念轉變等原因，不少婦女選擇少生或甚至不生小孩，導致不少國家的生育率(Fertility)急速下降，這種情形在台灣尤其明顯。根據內政部的資料，台灣地區在民國 93 年(2004 年)的總生育率首次跌破 1.23，遠低於 2.1 的替代水準，這個數字與世界大多數國家相比皆屬偏低。同樣的情形也出現在日本、荷蘭等已開發國家(參考圖 1)，除了美國的總生育率維持在 2.0 左右，大多數國家的總生育率低於替代水準，因此總生育率的變化已成為世界各先進國家所關注的議題。

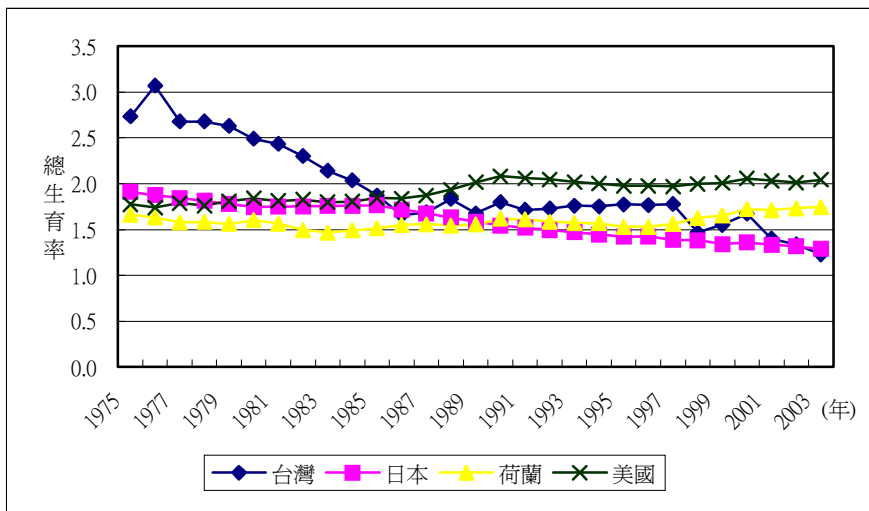


圖 1 台灣、日本、荷蘭、美國等四國 1975-2003 年總生育率

生育率與死亡率的降低，使整體人口結構趨向高齡化，老年人口比例也相對增加。而老年人口通常使用較多社會資源，因此老年人口比例的增加，意謂年輕人的負擔增加，也影響教育、經濟等國家的資源分配與政策。台灣在民國 94 年底 65 歲以上的人口佔全部人口的 9.74%，早已超過聯合

國世界衛生組織所定義的 7% 高齡化社會門檻，其中扶老比也增為 13.60%（平均每 7.35 位 15~64 歲工作人口扶養一位 65 歲以上老年人）。其中生育率的降低對國家的影響尤為重要，因為今日出生嬰兒數的減少，代表未來可能發生勞動力或就業人口不足，直接影響國家未來的競爭力，因此世界各國在制訂教育、福利等相關政策時，通常都會把生育率和人口的未來變化考慮在內，以確保國家的永續發展。

關於生育率的實證研究，大多數都以一個國家的資料套入幾種模型（余清祥與藍銘偉，2003），或是同一模型套入不同國家資料（Bell, 1997），鮮少同時考慮多國資料與不同模型。有鑑於此，本文考慮以台灣、日本、荷蘭和美國四個國家的資料，套用不同生育率模型，希冀找出在這些國家都有不錯表現的模型，提供讀者實證使用。本文將使用五種較為常見的生育率模型：Gamma、Lee-Carter、主成份分析、單一年齡組個別估計法、擴散模型等，使用的資料為這四國在 1975-2003 年的生育資料，主要使用的軟體是 S-Plus、Minitab 和 Excel。此外，本文也提出修正現行擴散模型的操作方式。

本文各節安排如下，第二節介紹本文中所使用生育模型，第三節介紹使用的資料及評量標準，第四節為四個國家的實證分析結果，第五節為電腦模擬及其結果，第六節則是結論、未來研究方向和建議。

貳、模型介紹

本節先介紹本研究使用的五種生育率模型，包括 Gamma、Lee-Carter、主成份分析、單一年齡組個別估計法、擴散模型。

一、Gamma 模型

Gamma 模型主要是假設年齡別生育率為 Gamma 函數，也就是

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1}\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)e^{\beta x}} \dots\dots\dots(1)$$

其中 x 為年齡， $f(x)$ 為年齡組生育率。令 K 為代表 $\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}$ 的常數，並對等號

兩邊取自然對數（Natural Logarithm，寫成 \ln ）後可轉成線性方程式：

$$\ln(f(x_t)) = \ln K_t + (\alpha_t - 1) \ln x_t - \beta_t x_t + \varepsilon_t \dots\dots\dots(2)$$

t 表示年份， ε_t 是誤差項（Error Term）。再利用最小平方法（Ordinary Least Square）求得各年度 $\ln K_t$ 、 $(\alpha_t - 1)$ 、 β_t 的估計值，然後再分別對 $\ln K_t$ 、 $(\alpha_t - 1)$ 、 β_t 配適迴歸模型，求出 $\ln K_t$ 、 $(\alpha_t - 1)$ 、 β_t 的預測值，代回公式 (2) 中以指數還原。Gamma 模型是本文考慮五種方法中最早被提出者，它的優點是簡單、容易操作，缺點是如果生育率與 Gamma 函數稍有差異，預測結果往往不盡理想。

二、Lee-Carter 模型（Lee and Carter, 1992）

Lee-Carter 模型是將年齡組生育率取自然對數後按照年份寫成一矩陣，再利用 SVD（Singular Value Decomposition）求得模型中的各參數，Lee-Carter 模型假設

$$\ln(f(x_t)) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t} \dots\dots\dots(3)$$

$f(x_t)$ 表示在 t 年時， x 歲婦女的生育率； a_x 、 b_x 、 k_t 是模型的參數； $\varepsilon_{x,t}$ 是誤差項。三個參數可使用 SVD 或 SVD 近似法求解，其步驟如下：

1. a_x 為各年齡組的 $\ln(f(x_t))$ 在各年度的平均。通常會有七組的年齡組生育率，所以 a_x 通常有七個。
2. k_t 為每年的 $(\ln(f(x_t)) - a_x)$ 在各年齡組的總和，一年有一個 k_t 。
3. b_x 是 $(\ln(f(x_t)) - a_x)$ 對 k_t 配適的無截距迴歸式的斜率， b_x 的個數和 a_x 相同。為了讓 k_t 和 b_x 的表示法唯一，我們另外加上 $\sum k_t = 0$ 、 $\sum b_x = 1$ 這

兩個條件。

4. 以時間序列的方式預測未來 k_t 的值。
5. 將 a_x 、 b_x 和預測的 k_t 代入公式(3)，再取指數，可得到年齡組生育率預測值。
6. 把各年齡組生育率的預測值相加總，就可得到總生育率的預測值。

三、主成份分析

主成份分析基本上和 Lee-Carter 很類似，差別是在矩陣分解方法的不同。主成份分析是將年齡組生育率標準化後，分解成 loading (coefficient) 和 score 二個部分，一個年齡組有一個 loading，一年有一個 score，之後再以時間序列預測未來的 score，還原後可得到標準化後的未來年齡組生育率預測值，再進一步可還原成年齡組生育率的預測值，加總後就是總生育率預測值。

主成份分析在 20 歲至 35 歲生育率高峰年齡組的效果通常不錯，但在生育率較低或生母年齡較高組的效果較差，甚至生育率的預測值可能是負數，使用時必須注意（參考余清祥與藍銘偉，2003）。

四、單一年齡組個別估計法

單一年齡組個別估計法是假設每個年齡組生育率間互相獨立，每個年齡組生育率取自然對數後單獨對時間 t 配適一條迴歸模型。為了使迴歸模型符合迴歸假設及增加預測的效果，通常還要對殘差配適時間序列模型（參考黃意萍與余清祥，2002）。單一年齡組個別估計法的好處是預測結果通常不錯，但是不同的分組方式結果就不同，且相鄰年齡組的生育率通常存有某些關係，卻可能因為分組的關係而未被考慮在內。

五、擴散模型

因為目前生育率的下降並不代表婦女一生的總生育數下降，有可能只

是生育時機 (Tempo Component) 延後而已, 不見得生育數量 (Quantum Component) 會改變。因此 Bongaarts and Feeney (1998) 提出了擴散模型, 將生育時機的影響考慮在內, 提出了「時間對世代的生育數量等式」(Period-Cohort Quantum Equation, 簡稱 B-F 法), 公式為

$$TFR^t = CFR^t = \frac{TFR^t}{1 - r_p(t)} \dots\dots\dots(4)$$

其中

$$r_p(t) = \frac{MAC(t+1) - MAC(t-1)}{2} \dots\dots\dots(5)$$

$r_p(t)$ 是「第 t 年觀察到的生育時機改變率」, $MAC(t)$ 是第 t 年的平均生育年齡 (Mean Age at Childbearing)。

其中關於平均生育年齡的計算, Bongaarts and Feeney 最初提出擴散模型時乃假設為所有生母的平均年齡, 但各年齡組的生母年齡變化不見得一致, 與年齡別生育率在各組的變化類似, 有必要對每一年齡組個別配適一個擴散模型。因此本文考慮的擴散模型除了原先的所有生母平均年齡外, 也將考慮各個年齡組的生母平均年齡。

本文先算出各年度各組 $MAC(t)$ 和 $r_p(t)$, 再算出各年齡組的 CFR^t , 然後以時間序列預測未來的 $r_p(t)$ 和 CFR^t , 再利用公式(4)得到各年齡組生育率的預測值。在各年齡組的 CFR^t 的計算上, 藍銘偉與余清祥 (2003) 是利用胎次別生育率來計算, 但這部分資料不易取得, 所以本文是利用時間序列的方式來計算。另外, 因為本文以期間 (Period) 的 TFR 為比較對象, 以下的生育率比較需將 CFR 還原至 TFR 。

Zeng and Land (2002) 提出以 $r_c(t)$ 來代替 $r_p(t)$:

$$r_c(t) = \frac{r_p(t)}{1-r_p(t)} \dots\dots\dots(6)$$

原本的公式變成

$$TFR^t = CFR^t = \frac{TFR^t}{1-r_c(t)} \dots\dots\dots(7)$$

但因為修正前後的結果相近，所以本文就不再利用 $r_c(t)$ 做修正。

參、資料介紹和評量標準

文中是使用 1975-1998 年的資料來建立模型¹，預測 1999-2003 年的年齡組生育率和總生育率，預測方法皆為迴歸分析及時間數列，結果並和實際的生育率比較。台灣和荷蘭的資料比較完整，計算上並無問題。日本資料只紀錄部分年度的五歲組年齡別生育率和總生育率，對於資料不完整的部分，皆以線性內插（Interpolate）或外推（Extrapolate）的方式估計；在計算單一年齡別生育率時，假設組中的生育率為年齡組生育率的五分之一，再利用內插和外推的方式估計出其他的單一年齡組生育率。美國資料的處理上大致上和日本相同。

在計算擴散模型時，必須使用到各年齡組的平均生育年齡，台灣和荷蘭都可以算出正確值，日本和美國則用下列的公式來近似：

$$MAC(x,t) = \frac{\sum_{i=0}^4 (x+i)f((x+i)_t)}{\sum_{i=0}^4 f((x+i)_t)} \dots\dots\dots(8)$$

¹ 使用 1975 年以後資料的原因是各國在 1975 年以後的資料比較完整，台灣在 1975 年以後可以取得完整的生母年齡的新生兒出生數，能夠算出正確的各組平均生育年齡。

MAC(x,t)是在 t 年時 x 到(x+4)這組的平均生育年齡，x = 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45。

評量標準為 Mean Absolute Percentage Error (簡稱 MAPE) 和 Root Mean Square Percentage Error (簡稱 RMSPE)。二者的計算公式分別為

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|Y_i - \hat{Y}_i|}{Y_i} \times 100\% \dots\dots\dots(9)$$

$$RMSPE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right)^2} \times 100\% \dots\dots\dots(10)$$

MAPE 和 RMSPE 越小，代表配適的結果越好。由於本文中 MAPE 與 RMSPE 的結果類似，而且 RMSPE 較易受離群值影響而產生震盪，除非需要，以下僅就 MAPE 討論結果。

肆、實證分析結果比較

將四個國家的生育率資料代入五個生育率模型，分析結果詳見表 1 (MAPE 數值)、附錄表 2 (RMSPE 數值)。先以台灣及荷蘭的 1999-2003 年總生育率預測為例說明預測結果(詳見圖 1 及圖 2)。近五年台灣總生育率變化甚大，其中包含了龍年(2000 年)效應，因此各方法的誤差都不小，其中 Gamma 及 Lee-Carter 模型尤有偏高的趨勢；荷蘭近五年總生育率變化較小，單一年齡個別估計與擴散模型的結果最佳，Lee-Carter 模型與主成份分析誤差較大。日本與美國的總生育率配適(附錄圖 3 及圖 4)與荷蘭較為類似，各方法的誤差都比台灣情形稍微好一些，也是以單一年齡個別估計與擴散模型的結果最好。

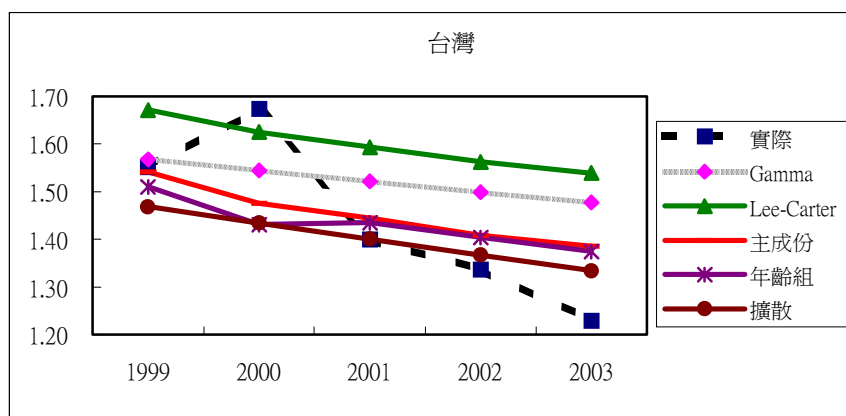


圖 1 台灣總生育率與五種方法預測之總生育率

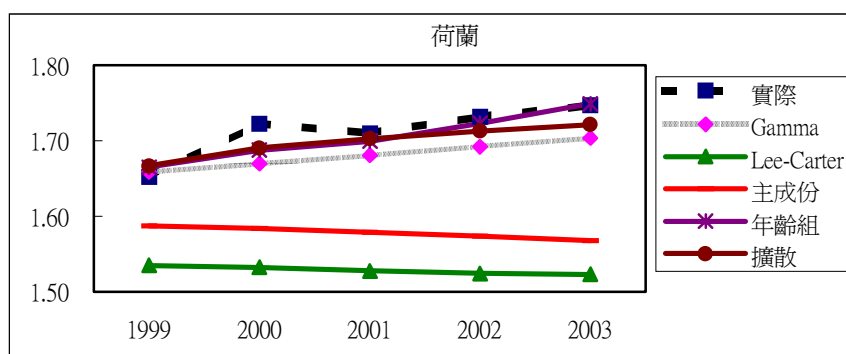


圖 2 荷蘭總生育率與五種方法預測之總生育率

整體而言，Gamma 模型在台灣、日本、美國的預測結果都不夠理想，雖然 Gamma 模型在預測荷蘭的總生育率的 MAPE 和 RMSPE 只有 2%，但這是因為某些年齡組生育率的估計值偏高，與另一些年齡組生育率被低估相抵銷後產生的假象，不一定代表 Gamma 模型適合用來預測荷蘭的總生育率。

Lee-Carter 模型則是在預測日本和美國的總生育率時有比較好的預測結果，MAPE 都在 10% 以下；預測台灣和荷蘭總生育率的 MAPE 也離 10% 不遠，可看出 Lee-Carter 基本上還不算是太差的模型。

表 1 各生育率模型預測各國 1999-2003 年總生育率之 MAPE

(單位：%)

國家	模型	Gamma	Lee-Carter	主成份	年齡組 個別估計	擴散
台灣		9.95	13.32	6.78 (修正後)	7.30	6.09 (修正後)
				6.75 (修正前)		18.48 (修正前)
日本		17.76	6.28	7.87	3.08	0.76
						5.43
荷蘭		1.99	10.70	7.80	0.80	1.14
						2.61
美國		22.55	5.39	3.53	2.94	0.84
						2.12

註：加網底者為各國最小誤差者，修正後的擴散模型為單一年齡組。

使用主成份分析來預測台灣的總生育時需要注意，因為 2000-2003 年的 45~49 歲這一組的年齡別生育率預測值是負數，明顯不合理。這種預測值是負數的情形只出現在近四年的台灣 45~49 歲的最高年齡組，不會出現在日本、荷蘭、美國等國，推究其原因，可能是台灣地區近年生育率變動幅度較大，45~49 歲的數值原先已經幾乎為 0，些微的估計誤差足以產生負的預測值。不對這個負的預測值修正，台灣總生育率的 MAPE 是 6.75%；如果以單一年齡組個別估計法的預測 45~49 歲生育率，使其產生合理預測值，則台灣總生育率的 MAPE 略微提高至 6.78%。整體而言，無論是否考慮 45~49 歲生育率預測的修正，主成份分析的預測誤差都相當小，與 Lee-Carter 模型比較絲毫不遜色，這個結果與 Bell (1997) 使用歐洲國家的生育率資料，比較主成份分析與 Lee-Carter 模型的結果類似。而主成份分析在預測日本、荷蘭、美國的總生育率上效果也不錯，MAPE 都不超過 8%，美國的 MAPE 更是不到 4%。

單一年齡組個別估計法預測總生育率的結果都不錯，MAPE 都在 10% 以下，對荷蘭而言此模型是所有模型中最好的，MAPE 只有 0.8%。在無法得到較正確的年齡組平均生育年齡情形下，可以考慮使用單一年齡組個別估計法配合對殘差配適時間序列模型，但要注意預測出來的年齡組生育率有可能是負數。

擴散模型的總生育率分成修正前和修正後二種。修正前的總生育率計算是直接用總生育率來配適擴散模型，一個國家只算一個擴散模型；修正後的總生育率是每個年齡組生育率都配適一個擴散模型，一個國家共配適七個擴散模型，最後再將各組的預測值相加得到總生育率的預測值。大致上而言，修正後總生育率是預測值是本文所用的各種模型中最好的，修正後的 MAPE 明顯有改善。由 RMSPE 所得到的結果大致與 MAPE 相同，見附錄表 2。

在年齡組生育率的估計結果方面，台灣、日本、荷蘭以年齡組個別配適擴散模型最佳，單一年齡組個別估計法次之；美國則是以單一年齡組個別估計法最好，年齡組個別配適擴散模型次之（詳細數值參考附錄表 3）。以台灣及荷蘭情形為例說明五種方法的預測誤差（圖 5、圖 6），日本與美國情形也類似，參考附錄圖 7 及圖 8。明顯可看出擴散模型的配適結果較佳，單一年齡組個別估計法及主成份分析的結果次之，Lee-Carter 及 Gamma 模型在台灣、荷蘭都有較高的誤差，這個結果與總生育率的情形頗為一致。進一步檢視圖 5 及圖 6，可發現各方法在年輕（20 歲之前）及年長（40 歲以上）年齡組的誤差都較高，其原因有可能是因為這幾個年齡組的生育率原本就較低，估計的數值稍有一些震盪，即可能在這幾個年齡組產生較大的相對誤差。

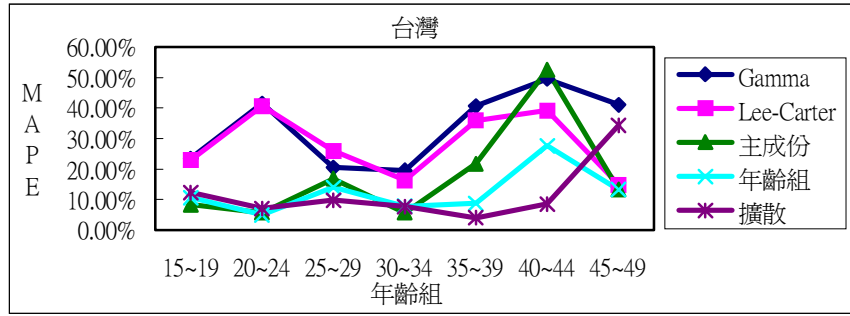


圖 5 五種方法在台灣各年齡組生育率的預測誤差 (MAPE)

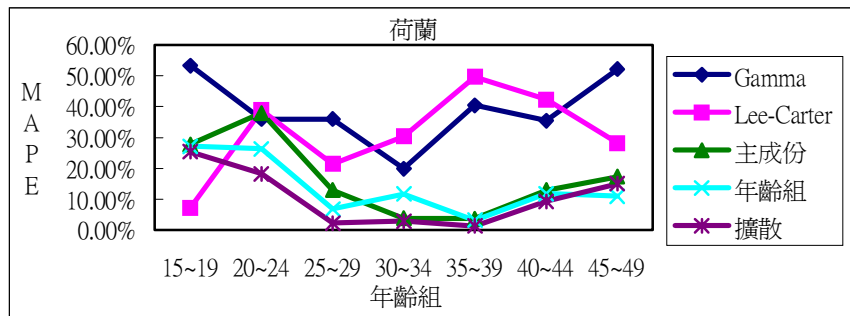


圖 6 五種方法在荷蘭各年齡組生育率的預測誤差 (MAPE)

因此，無論以總生育率或年齡組生育率而言，這四個國家的分析結果都以年齡組個別配適擴散模型的預測結果最好、單一年齡組個別估計法次之，這個結果大致與之前的結果類似（例如：余清祥與藍銘偉，2003），但本文提出個別年齡組的修正使擴散模型的優勢更為明顯，計算上也相當容易，推薦讀者參考使用。

伍、電腦模擬

上一節是利用各國資料配適常用的生育率模型，以交叉驗證的預測誤

差來比較各模型的優缺點。但實證分析的交叉驗證受到時間點的影響（例如龍虎年效應），預測誤差較小的模型未必較佳，故本章將更進一步以類似比較平均數的相對穩定性（Relative Stability）和類似比較變異數的相對效率（Relative Efficiency）來判斷各模型的優劣。與前一節相比，本節是從理論的觀點判斷模型的好壞，首先在某一模型為真下模擬各年度各年齡層的生育數，再套用各生育率模型計算 MAPE。其中 MAPE 的計算可分為訓練（Training）及檢驗（Testing）誤差兩部分，訓練誤差即是一般的配適誤差（Goodness of fit），預測誤差類似之前的交叉驗證。若某模型在不同假設都有較低的 MAPE，這個模型應是較佳的生育率模型。

模擬的作法如下：首先，假設實際的生育率模型是 Gamma 模型，我們利用台灣地區的 1975-1998 年的實際資料，配適 Gamma 模型，求出 Gamma 模型在 1975-1998 年每年各年齡組生育率的估計值，而因為生育率是由新生兒數除以育齡婦女人數，所以可以看成是一位育齡婦女在這一年中會生出一位新生兒的機率。對於育齡婦女而言，在一年中的生育情形只有「有生育」和「無生育」二種，進一步假設育齡婦女的生育情形服從二項（Binomial）分配，或寫成 $B(n, p)$ ，其中 n 是各年度各年齡組的育齡婦女人數， p 是各年度各年齡組的生育率，然後模擬產生二項分配的亂數，也就是模擬產生出各年度各年齡組的新生兒數，再除以育齡婦女人數，就可以得到 1975-1998 年各年度各年齡組生育率的模擬結果。將這些結果用 Gamma、Lee-Carter、主成份分析、年齡組生育率、擴散²等不同生育率來配適，計算 1975-1998 年的總生育率及配適後的 MAPE（不用 RMSPE 的原因是 RMSPE 較易受離群值影響，且 MAPE 和 RMSPE 的結果通常一致，MAPE 還有 Lewis 的標準可以參考）；重複這個模擬步驟一千次，計算平均的 MAPE，再將 Lee-Carter、主成份分析、年齡組生育率、擴散等不同模型的平均 MAPE 和 Gamma 模型的平均 MAPE 相除，算出相對穩定性。如果相對穩定性越低，表示該生育率模型在實際生育模型為 Gamma 模型

² 第五節的擴散模型都是指個別年齡組配適擴散模型。

的情形下，配適的結果越好。而我們預期在 1975-1998 年計算出的相對穩定性，應該都大於 1，因為實際的模型是 Gamma 模型，因此用 Gamma 模型去配適的平均 MAPE 應該最小。

上述是假設在實際生育率為 Gamma 模型下的模擬情形，在實際生育率模型為其他四種時模擬方法也類似，省略不再贅述。我們僅是利用 1975-1998 年的資料來計算相對穩定性，並沒有對未來的生育率做預測，這部分的結果是訓練的結果。如果有對未來生育率做預測，再計算 1999-2003 年的相對穩定性，就是檢驗的結果。

表 5-1 相對穩定性（訓練部分）³

		配適模型				
		Gamma	Lee-Carter	主成份	年齡組	擴散
實際模型	Gamma		1.460	1.118	1.818	2.656
	Lee-Carter	23.527		1.877	1.069	1.436
	主成份	21.458	10.342		1.309	1.927
	年齡組	23.890	6.522	7.279		1.525
	擴散	15.456	4.130	4.539	1.695	

表 5-2 相對效率性（訓練部分）⁴

		配適模型				
		Gamma	Lee-Carter	主成份	年齡組	擴散
實際模型	Gamma		0.465	0.447	0.527	0.572
	Lee-Carter	0.192		0.589	0.995	0.357
	主成份	0.343	2.335		1.766	1.108
	年齡組	0.263	1.767	0.612		0.606
	擴散	1.133	5.694	2.843	3.714	

³ 若相對穩定性小於 1.0，表示配適模型的平均 MAPE 比實際模型還小，配適模型的結果比用實際模型還好。

⁴ 若相對效率性小於 1.0，表示配適模型的 MAPE 的標準差比實際模型的 MAPE 的標準差還小，配適模型的 MAPE 的變動程度比實際模型還小。

表 5-1 是訓練部分的相對穩定性，一如先前所預期，相對穩定性都大於 1，使用與實際模型相同的來配適結果自然比較好。總體而言，我們發現相對穩定性最好的是年齡組生育率模型，表示即使實際生育率模型是其他四種生育率模型，用年齡組生育率模型來配適也會有不錯的結果。次佳的是擴散模型，配適結果也會不錯。主成份分析模型則是在實際生育模型為 Gamma 模型時較好，甚至是所有模型中最好的。Lee-Carter 也是在配適 Gamma 模型時有比較好的結果，但在其他生育率模型的表現上欠佳，Gamma 模型則的訓練模擬結果最差。

表 4-2 是訓練部分的相對效率性，大致上相對效率都不太大，除了 Lee-Carter 在配適擴散模型時有較大的變異，其他配適結果的 MAPE 變異都不大，有不少數值是在 1 以下，表示配適模型的 MAPE 變異比實際生育模型 MAPE 變異還小。結合以上相對效率和相對穩定性的訓練資料模擬結果，我們發現年齡組生育率模型、擴散模型兩個模型相當不錯，即使不知道真實的生育率模型，套入這兩個模型也有機會能得到不錯的結果。

表 5-3 相對穩定性（檢驗部分）

		配適模型				
		Gamma	Lee-Carter	主成份	年齡組	擴散
實際模型	Gamma		4.735	2.067	0.184	3.389
	Lee-Carter	4.955		0.633	3.121	1.952
	主成份	6.712	9.321		0.757	0.873
	年齡組	21.605	41.918	5.365		8.302
	擴散	11.720	23.958	9.545	1.814	

表 5-4 相對效率性（檢驗部分）

		配適模型				
		Gamma	Lee-Carter	主成份	年齡組	擴散
實際模型	Gamma		4.515	1.791	0.156	2.113
	Lee-Carter	0.375		0.597	0.151	0.223
	主成份	0.907	4.124		0.234	0.445
	年齡組	3.255	14.082	4.285		3.310
	擴散	1.304	5.938	2.408	0.473	

除了上述的訓練資料角度比較模型，我們更關心生育率模型的預測能力，也就是說能否找到一個生育率模型，在不同的生育率模型之下，都有好的預測能力？對於這個問題，我們可計算檢驗部分（1999-2003 年）的相對穩定性比較模型的優劣，檢驗部份的模擬類似訓練部份。以實際模型為 Gamma 模型為例，利用台灣地區 1975-2003 年的生育率資料來配適 Gamma 模型，得到 1975-2003 年的配適結果，再利用 1975-1998 年配適結果模擬出 1975-1998 年的生育率，利用模擬出的 Gamma 模型生育率，用不同生育率模型預測 1999-2003 年的生育率，將預測的 1999-2003 年生育率和先前配適 Gamma 模型的 1999-2003 年配適結果比較，計算出預測的 MAPE，進一步算出檢驗部分的相對穩定性和相對效率。

在檢驗的相對穩定性方面，預測結果最好的是年齡組生育率模型，不論真實生育模型為其他四種生育模型中的哪一種，都有不錯的預測結果，在預測 Gamma 模型和主成份分析模型時，甚至比原本模型預測的還好。擴散模型預測能力也不錯，在預測 Lee-Carter 模型時比年齡組生育率模型還好，預測主成份分析模型時效果也很好，只是在預測年齡組生育率模型時，結果差了一點。主成份分析模型則是最適合用來預測 Lee-Carter 模型，是所有模型中預測 Lee-Carter 最佳者，這個結果與前述 Bell（1997）實證研究結果相同。Gamma 和 Lee-Carter 模型則是不適合用來預測其他生育率模型。

檢驗部分的相對效率和訓練部分的相對效率類似，通常都不大，表示不論預測結果，每次預測的 MAPE 都不會差太多，唯一比較大的是 Lee-Carter 模型。檢驗部分同時考慮相對穩定性和相對效率，依然是以年齡組生育率模型和擴散模型最好，最適合用於預測。

陸、結論與建議

因為生育率研究鮮少同時考慮多國資料與不同模型，因此本文以台灣、荷蘭、日本、美國四個國家的資料，套入五種較常用的生育率模型，試圖找出最適合各國生育率的模型。實證分析研究發現，無論在預測各年齡組生育率或總生育率時，都以本文提出的修正擴散模型，也就是年齡組個別配適擴散模型有最佳的效果，年齡組個別估計法的效果也有不錯的效果。因此在能獲得各年齡組平均生母年齡下，建議讀者使用年齡組個別配適擴散模型；如果資料無法支持，建議讀者使用年齡個別估計法。

若以考量相對穩定性和相對效率，也就是計算誤差的平均數與標準差，年齡組個別配適擴散模型及年齡組個別估計法也的確有比較好的表現，配適後的平均 MAPE 和用正確模型來配適的平均 MAPE 相比，比例並不會相差太大，而且配適的 MAPE 標準差也小，模型相對較為穩定。因此，不論是以實際資料驗或是電腦模擬，都以年齡組個別配適擴散模型和年齡組個別估計模型最好。

以主成份分析估計年齡組生育率，在台灣的 2000-2003 年的 45~49 歲這組會出現負數估計值，但 1999 年的估計結果是正數，且這種現象在日本、荷蘭、美國並未發生。單一年齡個別估計法也有類似的問題，在年輕（20 歲之前）及較高（40 歲以上）生育年齡組的誤差也較大，然而個別年齡組配適擴散模型並無此一情形，因此如何修正主成份分析與單一年齡個別估計法在生育年齡上下兩端誤差較大的現象，是一個未來也可以繼續討論的課題。

本文不推薦 Gamma 及 Lee-Carter 兩個模型。Gamma 模型一如早期使用的參數模型，稍有不符合模型假設，這些參數模型會產生較大的誤差。至於 Lee-Carter 模型，雖然此模型在死亡率的實證研究有很好的結果，但在許多國家的生育率實證研究上，主成份分析的結果都優於 Lee-Carter 模

型（例如：Bell, 1997），加上 Lee-Carter 模型的操作上不如主成份分析方便，因此不予推薦。

本文的生育率研究僅考慮總生育率與年齡別生育率，並不代表作者認為這是研究生育率變化的唯一方法。事實上，生育率的變化與許多因素有關，諸如政府的人口政策（「兩個孩子恰恰好」）、經濟環境、婦女教育、婚姻等社會各項變數有關，因為資料、統計分析方法等限制條件，單純以年齡別生育率預測未來的生育率趨勢，實乃不得已之變通方法。因此如果有更完整資料，配合更適宜的統計方法，生育率預測應該可以更上一層樓。

近年台灣地區與生育率有關的資料紀錄，較完整的有教育、婚姻、經濟等變數，作者建議未來生育率的計量研究可朝這幾個方向嘗試。其中國人婚姻狀況的變化與生育率的下降頗有同步趨勢，近年年輕族群的有偶率下降幅度甚大，20~45 歲的婦女有偶率在過去十年內下降 10% 以上，20~30 歲的婦女有偶率下降幅度高於 20%，此一現象與近幾年生育率屢創新低一致，以有偶率的觀點探討生育率不失一個可行的方向。

謝 誌

本文作者感謝兩位匿名評審的寶貴建議，更感謝國科會對本文在研究進行與撰寫時的補助，補助計畫編號 NSC 93-2118-M-004-004。

參考文獻

中文部分

中華民國內政部統計資訊網，<http://www.moi.gov.tw/W3/stat>。

內政部統計處（1949-2001）中華民國台閩地區人口統計，台北：內政部。

戶役政為民服務公用資料庫，<http://www.ris.gov.tw>。

余清祥、藍銘偉（2003）台灣地區生育率模型之研究，*人口學刊*，27: 105-131。

黃意萍、余清祥（2002）台灣地區生育率模式的推估研究，*人口學刊*，25: 145-171。

曾奕翔、余清祥（2002）台灣地區死亡率推估的實證方法之研究，*中華民國人口學年會學術研討會*，台北：人口學會。

英文部分

Bell, W. R. 1997. "Comparing and Assessing Time Series Methods for Forecasting Age-Specific Fertility and Mortality Rates." *Journal of Official Statistics* 13(3): 279-303.

Bongaarts, J. 1999. "The Fertility Impact of Changes In the Timing of Child-bearing In the developing World." *Population Studies* 53: 277-289.

Bongarrts, J. and G. Feeney. 1998. "On the quantum and tempo of fertility." *Population and Development Review* 24(2): 271-291.

Bozik, J. E. and W. R. Bell. 1987. "Forecasting age specific fertility using principal components." *American Statistical Association, Proceedings of the Social Statistics Section* 396-401.

Brown, R. L. 1997. *Introduction to the Mathematics of Demography*. ACTEX Publications, Inc.

Kohler, H. and Ortega, J. A. 2002. "Tempo-Adjusted Period Parity Progression Measures, Fertility Postponement and Completed Cohort Fertility." *Demographic*

- Research* 6(6): 91-144.
- Lee, R. D. 2000. "The Lee-Carter method for forecasting mortality, with various extensions and applications." *North American Actuarial Journal* 4(1): 80-93.
- Lee, R. D. and Carter, L. R. 1992. "Modeling and Forecasting U. S. Mortality." *Journal of the American Statistical Association* 87(419): 659-675.
- Lewis, C. D. 1982. *Industrial and Business Forecasting Methods: A practical Guide to Exponential Smoothing and Curve Fitting*. London: Butterworth Scientific.
- Zeng, Y. and Land, K. C. 2001. "A Sensitivity Analysis of The Bongaarts-Feeney Method for Adjusting Bias in Observed Period Total Fertility Rates." *Demography* 38(1): 17-28.
- Zeng, Y. and Land, K. C. 2002. "Adjusting period tempo changes with an extension of Ryder's basic translation equation." *Demography* 39(2): 269-285.

附 錄

表 2 各生育率模型預測各國 1999-2003 年總生育率之 RMSPE

(單位：%)

國家 \ 模型	Gamma	Lee-Carter	主成份	年齡組 個別估計	擴散
台灣	11.73	15.36	8.28(修正後) 8.25(修正前)	8.81	7.86(修正後) 22.20(修正前)
日本	17.81	6.42	7.99	3.42	0.85 5.74
荷蘭	2.19	10.88	8.09	1.04	1.24 2.75
美國	22.62	5.62	4.08	3.79	1.08 2.30

註：加網底者為各國最小誤差者。

表 3 各生育率模型預測各國 1999-2003 年年齡組生育率 MAPE 及 RMSPE

台灣	Gamma		Lee-Carter		主成份分析		年齡組個別估計		擴散	
	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE
15~19	23.39%	23.77%	22.95%	24.28%	8.35%	10.04%	10.59%	12.15%	12.34%	13.25%
20~24	41.52%	43.37%	40.72%	42.14%	5.73%	7.66%	4.93%	6.57%	7.08%	8.89%
25~29	20.47%	25.25%	25.94%	29.50%	16.85%	20.42%	13.98%	15.93%	9.82%	10.86%
30~34	19.55%	20.57%	16.30%	17.79%	5.62%	7.99%	7.73%	9.79%	7.66%	9.67%
35~39	40.61%	40.73%	35.91%	36.06%	21.80%	22.45%	8.77%	9.98%	3.98%	6.25%
40~44	49.64%	49.84%	39.20%	39.60%	52.56%	53.84%	27.62%	30.25%	8.53%	9.79%
45~49	41.06%	42.04%	14.82%	19.09%	127.99%	135.75%	13.20%	15.19%	34.35%	35.73%

表 3 各生育率模型預測各國 1999-2003 年齡組生育率 MAPE 及 RMSPE (續)

日本	Gamma		Lee-Carter		主成份分析		年齡組個別估計		擴散	
	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE
15~19	52.79%	53.01%	19.80%	20.38%	13.90%	15.06%	23.71%	25.53%	14.23%	15.65%
20~24	45.01%	45.20%	8.21%	10.49%	45.01%	45.62%	8.77%	10.26%	10.06%	11.68%
25~29	49.99%	50.21%	2.99%	4.58%	3.47%	4.41%	3.75%	4.19%	0.80%	1.05%
30~34	2.14%	2.74%	8.94%	10.22%	3.66%	4.03%	11.19%	12.30%	3.37%	4.20%
35~39	37.58%	37.63%	9.84%	11.89%	2.13%	2.33%	1.44%	1.95%	2.90%	3.43%
40~44	46.39%	46.50%	11.46%	12.04%	4.89%	5.71%	9.21%	11.01%	3.65%	4.20%
45~49	25.28%	26.10%	17.13%	19.23%	17.18%	18.79%	16.10%	17.66%	13.34%	14.22%

荷蘭	Gamma		Lee-Carter		主成份分析		年齡組個別估計		擴散	
	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE
15~19	53.31%	53.57%	7.21%	9.25%	27.78%	29.51%	27.16%	28.16%	25.36%	26.33%
20~24	35.95%	36.42%	38.91%	39.14%	37.98%	41.05%	26.30%	27.77%	18.16%	19.60%
25~29	36.00%	36.03%	21.41%	21.44%	12.88%	13.43%	6.76%	7.74%	2.14%	2.25%
30~34	19.83%	19.87%	30.34%	30.36%	3.76%	4.88%	11.63%	12.62%	2.80%	3.00%
35~39	40.47%	40.50%	49.68%	49.77%	3.68%	3.99%	3.17%	3.87%	1.23%	1.47%
40~44	35.48%	35.54%	42.37%	42.51%	12.87%	13.48%	11.76%	13.06%	9.28%	10.10%
45~49	52.17%	53.30%	28.21%	30.31%	17.29%	18.31%	10.90%	12.49%	15.03%	16.50%

美國	Gamma		Lee-Carter		主成份分析		年齡組個別估計		擴散	
	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE	MAPE	RMSPE
15~19	9.57%	10.89%	28.88%	30.20%	26.13%	28.10%	19.40%	24.03%	11.65%	13.52%
20~24	50.66%	50.88%	3.92%	4.66%	3.20%	3.94%	2.97%	3.77%	3.02%	3.72%
25~29	57.20%	57.21%	0.74%	1.09%	1.31%	1.58%	0.75%	0.99%	2.69%	2.95%
30~34	3.13%	3.35%	2.70%	3.02%	1.77%	2.07%	1.59%	1.94%	4.40%	4.74%
35~39	39.22%	39.23%	6.27%	6.38%	1.57%	1.80%	2.50%	2.73%	7.02%	8.24%
40~44	44.57%	44.58%	1.52%	2.03%	3.78%	4.08%	5.95%	6.63%	6.78%	7.68%
45~49	22.40%	23.91%	24.53%	25.05%	21.35%	22.08%	11.18%	12.18%	16.47%	18.28%

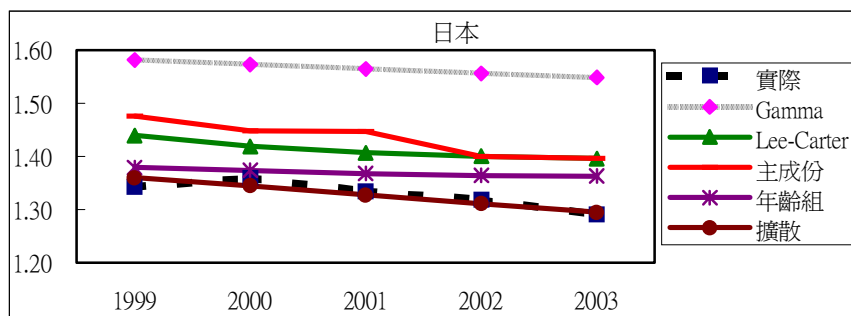


圖 3 日本總生育率與五種方法預測之總生育率

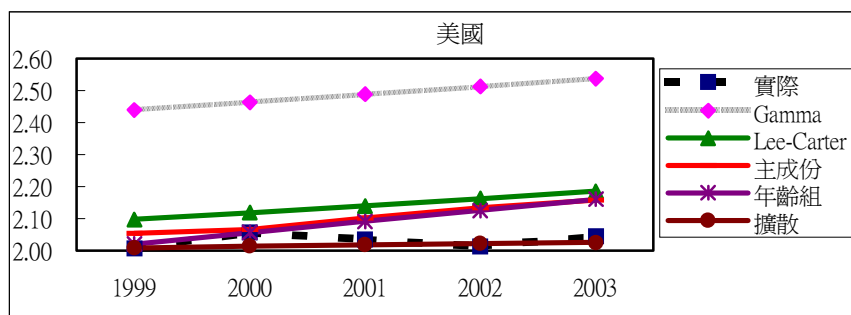


圖 4 美國總生育率與五種方法預測之總生育率

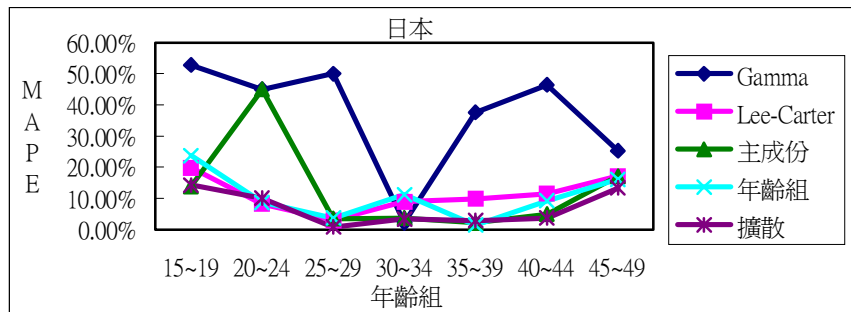


圖 7 五種方法在日本各年齡組生育率的預測誤差 (MAPE)

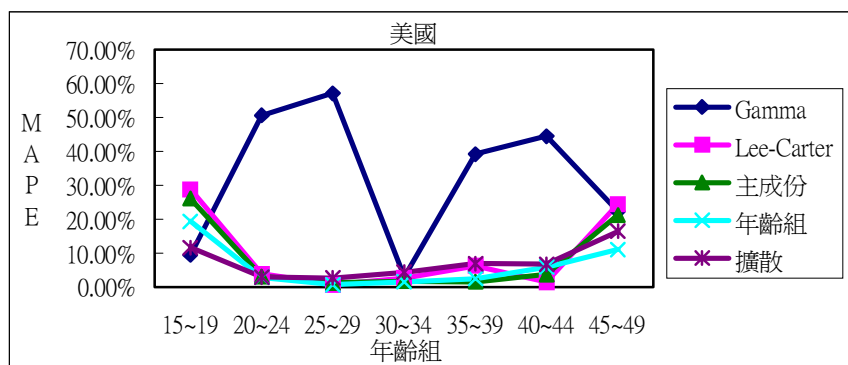


圖 8 五種方法在美國各年齡組生育率的預測誤差 (MAPE)